



*OPUR : Observatoire des Polluants Urbains en Île de France*  
*Thème de recherche n°4*  
*Action de recherche 4.1 – Transport sur les surfaces urbaines :*  
*processus hydrologiques quantitatifs*

**EVALUATION DES FONCTIONS DE PRODUCTION DU  
RUISSELLEMENT LORS DES EVENEMENTS PLUVIEUX  
FREQUENTS**

*Rapport d'études*  
*Septembre 2017*







2016/2017

# PROJET DE FIN D'ÉTUDES

Présenté pour obtenir le titre de

**INGÉNIEUR DE L'UNIVERSITÉ LIBANAISE FACULTÉ DE  
GÉNIE BRANCHE III  
ET  
DIPLOMÉ DE MASTER 2 RECHERCHE EN HYDROSCIENCES**

Spécialité : Génie Civil

Préparé Par :  
**Moussa ALHOJAYRI**

---

**Évaluation des fonctions de production du ruissellement lors des événements  
pluvieux fréquents**

Sous la direction de :  
**Dr. Ghassan CHEBBO**

Soutenue le 13 septembre 2017 devant le jury composé de :

**Dr. Ghassan CHEBBO**

**Dr. Nayef ATRISSI**

**Dr. Rabih CHHADI**

**Dr. Veronique KAZPARD**

Travail effectué au : Laboratoire CEREMA Centre d'étude et d'expertise sur  
les risques , l'environnement , la mobilité et l'aménagement Sous l'encadrement de :

**Mr. Emmanuel BERTHIER**



## REMERCIEMENT

*Je tiens à remercier, et en premier lieu, Dieu pour toutes ces bénédictions qu'il m'a offertes.*

*Je tiens à remercier le directeur du CEREMA Monsieur Georges BORRAS pour son accueil dans ce laboratoire.*

*Je tiens à remercier Monsieur Emmanuel BERTHIER, mon maître de stage, qui a su m'encourager et me guider tout au long de mon stage, pour le temps qu'elle a bien voulu m'accorder.*

*Merci à toute l'équipe du Laboratoire, pour la bonne ambiance de travail mais également pour les nombreux bons moments passés ensemble.*

*Je remercie Chaleureusement Monsieur Ghassan CHEBBO, qui n'a jamais épargné son temps pour répondre à mes interrogations et m'entourer de ses conseils et qui m'a encouragée à m'engager dans la recherche.*

*Je tiens bien sûr à remercier amplement tout le personnel enseignant de la faculté de Génie branche III et la faculté de science ( option mastère 2 hydroscience ) pour la formation de qualité qu'ils m'ont assurée durant ces cinq dernières années.*

*Mes remerciements s'adressent également à mes collègues et mes amis.*

*Enfin, j'exprime toute ma gratitude à mes parents qui ont su croire en moi et qui m'ont apporté toute leur aide quand j'en ai eu besoin. À mes frères et mes soeurs, pour leur présence affectueuse, malgré la distance.*

*À tous ceux et celles qui me sont chers, qui ont participé de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail, je vous remercie du fond du cœur.*

# Résumé

## Résumé

L'étude de ruissellement urbain est importante dans le cadre de gestion moderne des eaux pluviales, surtout pour les événements pluvieux fréquents, qui s'avèrent peu adaptées par les méthodes et les outils actuels de calcul de débit de ruissellement utilisent les fonctions de production développées initialement pour les événements pluvieux exceptionnels.

Ce stage présente la capacité de ces fonctions de production à reproduire le ruissellement lors des événements pluvieux fréquents (spécifiquement par modèles usuel SWMM : Storm Water Model Management et à base physique FullSWOF: Full Shallow Water equation for Overland FLOW)

**Mots clés :** ruissellement, événements pluvieux fréquents, fonctions de production de ruissellement, SWMM, FullSWOF

## Abstract

the study of urban runoff is important in rainfall modern management, especially for frequent rainfall events, which prove to be inappropriate by the methods and tools of calculation of runoff flow using production functions developed initially for exceptional rainfall events.

This article presents the ability of these production functions to reproduce the runoff during frequent rainfall events (specially by used SWMM : Storm Water Model Management and FullSWOF : Full Shallow Water Overland FLOW)

**Keywords :** Runoff, frequent rainfall events, runoff production functions, SWMM, FullSWOF

## TABLE DES MATIÈRES

<b>Remerciement.....</b>	<b>i</b>
<b>Résumé.....</b>	<b>ii</b>
<b>Table de matières.....</b>	<b>.iii</b>
<b>Liste des Figures.....</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>viii</b>
<b>Liste des notations.....</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>I- Présentation du site</b>	<b>2</b>
A). Caractéristiques du site.....	2
1. L'échelle du bassin versant.....	3
2. L'échelle de la voirie.....	3
B). Dispositif expérimental.....	4
1. Échelle de la voirie.....	4
2. Échelle de la voirie.....	4
3. Station météorologique et pluviomètre.....	4
C). Les données.....	5
1. Données des pluies.....	5
2. Données des débits .....	6
<b>II- Analyse des observations</b>	<b>7</b>
A). Le ruissellement global.....	7
• Événements communs.....	8
B). Le ruissellement par événements pluvieux .....	8
• Événements communs.....	10
C). Les pertes au ruissellement.....	12
• Événements communs.....	14
D). Sensibilité à l'identification des événements.....	15

<b>III- Modélisations</b>	<b>18</b>
A). Modèle statistique.....	18
B). Modèle simple de pertes au ruissellement.....	20
• Détermination des pertes initiales.....	20
• Détermination des pertes continues.....	21
• Reconstitution du ruissellement à partir modèle de perte.....	23
C).Modèle usuel SWMM ( Storm Water Model Management).....	25
• Principe du modèle de ruissellement.....	25
• Voirie.....	28
• Bassin versant.....	32
D). Modèle à base physique FullSWOF.....	34
• Principe de modèle .....	34
• Résultat.....	34
• Comparaison avec le modèle SWMM.....	36
<b>IV- Incertitudes de mesures</b>	<b>36</b>
1. incertitude de mesure de pluie.....	36
2. incertitude de mesure de débit.....	37
3. Résultats.....	37
<b>V- Conclusion</b>	<b>40</b>
<b>Références .....</b>	<b>41</b>
<b>Annexes.....</b>	<b>43</b>



## LISTES DES FIGURES

Figure 1: Plan de situation du site expérimental (rapport TRAFIPOLLU-1.1).....	2
Figure 2 : Présentation du site et les dispositifs expérimentals ( échelle du bassin versant en vert et en bleu la position de l'échelle de la voirie) .....	2
Figure 3 : Site étudié à l'échelle de la voirie (en hachuré, la zone drainée ; rapport TRAFIPOLLU-1.1)...	3
Figure 4 : Dispositif de mesure dans l'avaloir (photo Cerema) .....	4
Figure 5 : Débitmètre de l'exutoire 1 (photo Cerema).....	4
Figure 6 : événement commun entre deux échelles en bleu échelle du bassin versant et en rouge l'échelle de la voirie en mauve l'intensité de pluie.....	6
Figure 7: exemple de calcul du débit de base pour un événement à l'échelle du bassin versant en bleu avant et en rouge après l'enlèvement du débit de base .....	7
figure 8 : distributions des coefficients de ruissellement (CR) à deux échelles.....	9
figure 9 : les variations de coefficients de ruissellements d'un événement à l'autre , aux deux échelles.....	10
Figure 10 : variabilité du coefficient de ruissellement pour 26 événements communs à deux échelles.....	11
Figure 11 : Nuage de points entre les coefficients de ruissellement des deux échelles , pour les événements communs, avec un coefficient de détermination de 0,4 par régression linéaire simple ( en trait continue la droite de régression et en tirets la droite $y=x$ ).....	11
Figure 12: Distributions (par classe de 0,5 mm) des pertes au ruissellement .....	12
Figure 13 : les variations de pertes de ruissellements d'un événement à l'autre , aux deux échelles.....	13
Figure 14 : variation de pertes au ruissellement d'un événement à l'autre à deux échelles pour les événements communs.....	14
Figure 15 : nuage de points entre les pertes au ruissellement des deux échelles, pour les événements communs.....	15
Figure 16: comparaison entre les coefficients de ruissellement observés et reconstitués par la régression linéaire multiple .....	19
Figure 17 : Pertes au ruissellement en fonction de la durée de temps sec (DTS), les courbes en rouge représentent le calage des pertes initiales .....	21
Figure 18 : montre les pertes continues multipliées par la durée de l'événement en fonction de la durée de l'événement.....	21
Figure 19 : Variation de pertes continues identifiées pour les différents événements (aux deux échelles).....	22
Figure 20: Nuages des points des coefficients de ruissellement observés et simulés à partir du modèle de pertes aux deux échelles .....	23
Figure 21: Variation des coefficients de ruissellement observés et simulés suivant les événements à partir du modèle de pertes aux deux échelles .....	24
Figure 22 : représentation du bassin dans le modèle SWMM.....	25
Figure 23: modèle de réservoir non linéaire du bassin.....	26

Figure 24 : largeurs de la voirie supposés.....	28
Figure 25: régression linéaire entre Hauteur de pluie et celle de ruissellement pour 39 événements à l'échelle de la voirie (zoom ).....	29
Figure 26:Nuages des points des CR et pertes au ruissellement observés et simulés à partir du modèle SWMM à l'échelle de la voirie .....	30
Figure 27 : variations de coefficients et de pertes au ruissellement observés et simulés par SWMM d'un événement à l'autre (échelle de la voirie).....	31
Figure 28: régression linéaire entre Hauteur de pluie et celle de ruissellement pour 13 événements à l'échelle du bassin versant (zoom ).....	32
Figure 29 : nuages des points et graphes entre les CR et les pertes observés et simulés par SWMM à l'échelle du BV.....	33
Figure 30 : nuages des points et graphes entre les CR et les pertes observés et simulés par FullSWOF .....	35
Figure 31 : principe de pluviomètre à basculement .....	36
Figure 32 : variation du CR observé avec deux valeurs extrêmes liées aux incertitudes de mesure à chaque événement pour les deux échelles.....	38
Figure 33: variation du CR simulé par FullSWOF et SWMM et du CR observé avec deux valeurs extrêmes dues à l'incertitude de mesure (à l'échelle de la voirie).....	39

## LISTES DES TABLEAUX

Tableau 1 :caractéristiques des événements pluvieux.....	5
Tableau 2 : hauteurs de pluie et de ruissellement totales des événements pluvieux.....	8
Tableau 3 : hauteur de pluie et de ruissellement totales des événements pluvieux communs.....	8
Tableau 4 : caractéristiques des coefficients de ruissellement, par événement, pour chaque échelle.....	8
Tableau 5 : caractéristiques des coefficients de ruissellement, aux deux échelles pour les événements communs.....	10
Tableau 6: caractéristiques des pertes au ruissellement .....	12
Tableau 7: caractéristiques des pertes au ruissellement pour les événements communs.....	14
Tableau 8: variation du coefficient de ruissellement et des pertes au ruissellement en fonction des paramètres d'identification des événements, aux 2 échelles.....	17
Tableau 9: de la variable la plus explicative à la moins explicative pour l'explication du coefficient de ruissellement.....	18
Tableau 10 : caractéristiques de la reconstitution du coefficient de ruissellement par la régression linéaire multiple.....	18
Tableau 11 : caractéristiques de simulation du coefficient de ruissellement à partir du modèle de pertes.....	23
Tableau 12 : statistiques de coefficient de ruissellement et de pertes au ruissellement simulés à partir SWMM en fonction des paramètres ( ds et W ).....	29
Tableau 13 :caractéristiques de simulation du CR et des pertes au ruissellement à partir du modèle SWMM , échelle de la voirie.....	30
Tableau 14:caractéristiques de simulation du CR et des pertes au ruissellement à partir du modèle SWMM , échelle du bassin versant.....	32
Tableau 15 : coefficient de détermination des pertes et de Coefficient de ruissellement aux deux échelles à partir de modèle SWMM.....	33

Tableau 16 : caractéristiques des événements pluvieux simulés avec le modèle FullSWOF .....	34
Tableau 17 :caractéristiques des CR et pertes simulés avec le modèle FullSWOF .....	34
Tableau 18 : coefficient de détermination des pertes et de Coefficients de ruissellement à l'échelle de la voirie pour les modèles SWMM et FullSWOF.....	36
Tableau 19 : caractéristiques de CR(max) - CR(min) pour deux échelles .....	37

## LISTE DES NOTATIONS

CR	coefficient de ruissellement	( - )
CR imp	coefficient de ruissellement sur la surface imperméable	( - )
Perte(imp)	perte au ruissellement sur la surface imperméable	( mm )
SWMM	Storm Water Model Management	( - )
FullSWOF	Full Shallow Water equation for Overland Flow	( - )
BV	échelle du bassin versant	( - )
D	la durée de l'événement	(min)
P	la pluie de l'événement	(mm)
Imax	l'intensité maximum de l'événement	(mm/h)
Imoy	l'intensité moyenne de l'événement	(mm/h)
DTS	la durée de temps sec antécédent l'événement	(h)
Cimp	coefficient d'imperméabilisation	( - )
R <sup>2</sup>	coefficient de détermination	( - )
Pr	perte au ruissellement observé	(mm)
Pc	perte continue observé	(mm)
Pini	perte initiale observé	(mm)
P'r	perte au ruissellement simulé par modèle de perte	(mm)
P'c	perte continue simulé par modèle de perte	(mm)
P'ini	perte initiale simulé par modèle de perte	(mm)
CR'	coefficient de ruissellement simulé par modèle de perte	( - )
ds	stockage de dépression	(mm)
w	largeur de bassin _urbain	( m )
d	hauteur d'eau sur la surface	(mm)
i	débit de pluie + font de neige	(m/s)
e	débit par évaporation	(m/s)
f	débit par infiltration	(m/s)
q	débit de ruissellement	(m/s)
n	coefficient de rugosité de surface	(s/m <sup>1/3</sup> )
S	pente global du bassin	(m/m)
Ax	l'aire de section de débit	(m <sup>2</sup> )
Rx	rayon hydraulique associé à Ax	(m)
A	aire de surface de bassin	(m <sup>2</sup> )
$\alpha$	constante	(s <sup>-1</sup> . m <sup>-2/3</sup> )
CR(max)	coefficient de ruissellement maximum par erreur de mesure	( - )
CR(min)	coefficient de ruissellement minimum par erreur de mesure	( - )

## **Introduction :**

Ce rapport présente les travaux effectués dans le cadre du stage du master 2 de Recherche en Hydrosiences qui se déroule au sein du Laboratoire CEREMA Centre d'étude et d'expertise sur les risques , l'environnement , la mobilité et l'aménagement , direction territoriale Île-de-France à Trappes.

Bien reproduire le ruissellement urbain lors des événements pluvieux fréquents est une problématique croissante dans le cadre d'une gestion moderne des eaux pluviales. Les méthodes et outils actuels de calcul de ces débits utilisent des fonctions de productions développées initialement pour des événements exceptionnels qui s'avèrent peu adaptées lors des événements fréquents (Berthier et al., 2007, ), et les acteurs opérationnels restent encore bien souvent démunis pour bien évaluer le ruissellement lors de ces pluies fréquentes.

L'objectif du stage proposé est de faire un état des lieux sur les fonctions de production actuelles, et de tester leur capacité à reproduire le ruissellement lors des événements pluvieux fréquents , ces événements ont été définis à partir des données d'un projet TRAFIPOLLU pour l'étude de ruissellement aux deux échelles spatiales situés autour du boulevard d'Alsace Lorraine (RD 34) .

### **Programme de travail :**

Le travail de ce stage divise en 4 étapes :

- la première étape consiste à présenter les caractéristiques du site et les dispositifs utilisés pour enlever les données expérimentales aux deux échelles spatiales ( Voirie et Bassin Versant ) .
- Ensuite, une analyse des observations de ces données à partir des coefficients de ruissellement global , les coefficients de ruissellement par événements et les pertes au ruissellement .
- Puis une étude de la capacité à reproduire la production du ruissellement observée à partir de 4 modèle ( modèle statistique , modèle simple de perte , modèle SWMM et le modèle à base physique FullSWOF ) .
- Finalement, prise en compte des incertitudes de mesures dans la variabilité des productions observées et dans l'évaluation des performances de ces modèles

# I. Présentation des données expérimentales

Le site retenu se situe sur la commune du Perreux-sur-Marne dans le département du Val de Marne à douze km à l'est de Paris (Figure 1) .

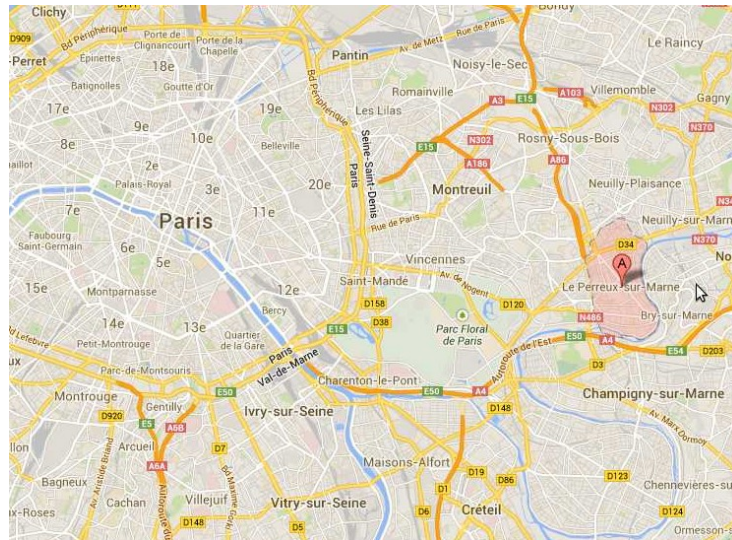


Figure 1 Plan de situation du site expérimental(rapport TRAFIPOLLU-1.1).

## A) Caractéristiques du site

**Le site comprend des données à deux échelles spatiales :**



Figure 2 : Présentation du site et les dispositifs expérimentals ( échelle du bassin versant en vert et en bleu la position de l'échelle de la voirie) .



## 1. L'échelle du bassin versant

Le site d'étude se situe autour du boulevard d'Alsace Lorraine (RD 34). La zone d'étude identifiée est fortement liée au réseau d'assainissement des eaux pluviales et elle est comprise entre le rondpoint du Général du Gaulle à l'Ouest et le Carrefour de la Maltournée à l'est. La limite Nord est constituée par le boulevard d'Alsace-Lorraine et au sud par la Victor Recourat (Figure 2).

Le réseau d'assainissement des eaux pluviales est constitué d'une branche principale, située sous le boulevard d'Alsace Lorraine. La surface du bassin versant est de  $0.12 \text{ km}^2$  avec un coefficient d'imperméabilisation de 0,52 et une pente générale d'environ 2 %

## 2. l'échelle de la voirie

Le site voirie est constitué principalement par un tronçon de chaussée situé sur le boulevard d'Alsace-Lorraine (Figure 2). Ce tronçon a été choisi d'une part parce que son avaloir est connecté au réseau d'assainissement des eaux pluviales et d'autre part car sa situation permettait la mise en place des instruments de mesures de débits et de qualité de l'eau (les données de qualité de l'eau : ne sont pas utilisées pour cette étude).

Ce site représente une surface estimée à  $2904 \text{ m}^2$  (Figure 3, zone hachurée) et d'environ 2 % de pente générale. Cette surface est majoritairement composée par la surface de la voirie (trottoirs inclus) et par 10% de toits ( $287 \text{ m}^2$ ). Les évacuations des eaux pluviales de ces toits sont directement connectées à la surface de la chaussée.



Figure 3 : Site étudié à l'échelle de la voirie (en hachuré, la zone drainée; rapport TRAFIPOLLU-1.1)



## B) Dispositif expérimental

les données consistent en un suivi des débits de ruissellement aux deux échelles et des pluies , pour cela les dispositifs expérimentaux se divisent en trois parties :

### 1. À l'échelle du bassin versant

Au niveau du bassin versant ayant l'exutoire 1 (Figure 2), les débits ont été mesurés à partir d'un débitmètre installé dans la canalisation à l'aval du BV (Figure 5) . Le pas de temps d'acquisition est de 2 minute.

### 2. À l'échelle de la voirie:

Au niveau de la voirie, l' avaloir a été équipé (Figure 4) pour permettre la collecte de l'eau de ruissellement, et la mesure du débit de ruissellement. Les eaux de ruissellement sont ainsi collectées dans un bac situé dans l'avaloir puis passent dans un siphon. Ce siphon permet de maintenir une conduite en charge pour la mesure de débit (débitmètre ). Le pas de temps d'acquisition est de 1 minute.



Figure 4 : Dispositif de mesure dans l'avaloir  
(photo Cerema)



Figure 5 : Débitmètre de l'exutoire 1 (photo Cerema)

### 3. Station météorologique et pluviomètre

Les paramètres météorologiques sont mesurés à partir d'une station météorologique située sur le toit de la piscine municipale se trouvant en amont du site local (Figure 2). un mât météorologique permet de faire des mesures de vitesse et direction du vent, de température de rayonnement global à 8 m au-dessus du toit et des mesures de vitesse du vent et température de l'air à 2 m au-dessus du toit. Le pas de temps d'acquisition est de 30 min . Un pluviomètre permet d'enregistrer le cumul et l'intensité des précipitations (enregistrement de chaque basculement).

## C). Les données

Les données des pluies et des débits (à l'avaloir du site voirie et à l'exutoire 1 du bassin versant) enregistrés du juin 2014 jusqu'à août 2015

### 1. Données des pluies

La hauteur totale de pluie, déduite des mesures pluviométriques pendant les 14 mois, est de 185 mm avec 61 événements pluvieux à l'échelle de la voirie et de 107 mm avec 35 événements pluvieux à l'échelle du bassin versant.

Les événements ont été identifiés selon la méthode décrite en annexe A. Il est rappelé que les événements sont repérés à partir d'une intensité seuil et d'une hauteur totale minimum et sont caractérisés par leur hauteur de pluie (P), leur durée (D), leur intensité maximum (Imax) et moyenne (Imoy), la durée de temps sec précédant l'événement (DTS : c'est le temps entre la fin et le début de deux événements successifs). Les événements ayant une hauteur de pluie supérieure à 0,9 mm sont sélectionnés, et le tableau 1 présente les statistiques des différentes caractéristiques de ces événements. Ils sont caractérisés par durée moyenne d'événement de 104 min et 123 min respectivement à l'échelle de la voirie et du bassin versant, et la moitié des événements a une durée inférieure à 80 min (pour la voirie) et 104 min (pour BV) avec une hauteur de pluie moyenne de 3mm (deux échelles) et pour de valeur moyenne des intensités moyennes de 2,18 mm (voirie) et 1,83 mm (BV).

---

	<b>voirie</b>				
caractéristiques	moyenne	médiane	écart type	maximum	minimum
pluie(mm)	3	2,44	2,03	11,9	0,908
durée(min)	103,9	80	66,51	290	26
intensité maximum(mm/h)	9,95	5,66	12,49	76,4	1,55
intensité moyenne(mm/h)	2,18	1,79	1,72	12	0,43
durée de temps sec(h)	110,96	29,9	201,5	1420	0,066

	<b>bassin versant</b>				
caractéristiques	moyenne	médiane	écart type	maximum	minimum
pluie(mm)	3	2,1	2,44	9,54	0,97
durée(min)	122,94	104	77,05	392	38
intensité maximum(mm/h)	17,63	9,3	20,24	83,9	1,58
intensité moyenne(mm/h)	1,83	1,25	1,46	6,67	0,22
durée de temps sec(h)	120,23	24,26	215,64	1150	0,05

---

Tableau 1 :caractéristiques des événements pluvieux.

Ensuite 26 événements communs aux deux échelles sont définis , ils correspondent à des événements à l'échelle du bassin versant puis en calculant la somme du débit à l'échelle de la voirie de chaque événement (les 9 événements qui restent présentent des erreurs de mesure à l'échelle de la voirie ).

### Exemple d'événements

La figure 6 présente un événement pluvieux commun ,la durée de cet événement est 128 min , une hauteur de pluie de 2,51 mm . Le ruissellement apparaît quelque minute après le début de l'événement puis varie fortement avec l'intensité pluvieuse . Malgré le décalage sur le début de débit , les deux échelles ont une réponse équivalent . Le coefficient de ruissellement pour cet événement est de 55 % à l'échelle de la voirie et de 49 % à l'échelle du bassin versant .

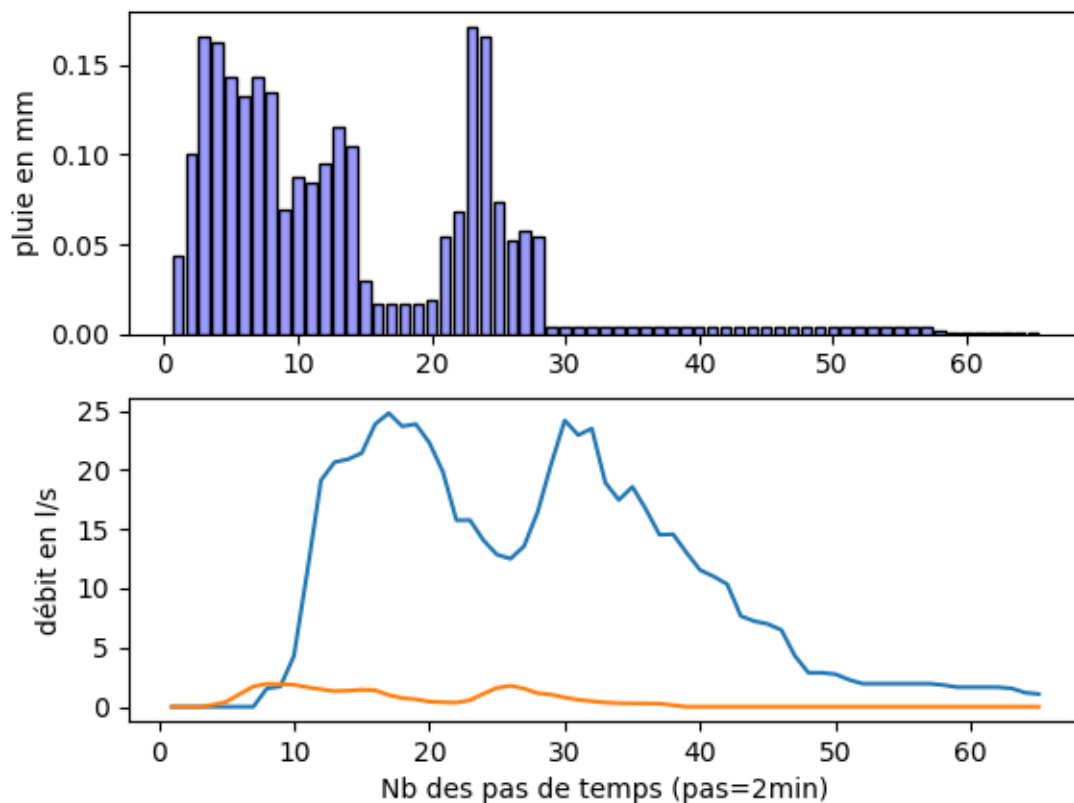


Figure 6 : événement commun aux deux échelles ( en bleu échelle du bassin versant , en rouge l'échelle de la voirie et en mauve l'intensité de pluie

## 2. Données des débits

Un phénomène de surestimation de débit est présenté à l'échelle du bassin versant et pas à l'échelle de la voirie , Une partie de ce phénomène est expliqué par le débit de base due à l'infiltration de l'eau souterraine dans la canalisation , La figure 7 montre pour un événement à l'échelle du bassin versant le débit en l/s avant et après l'enlèvement du débit de base .

L'autre partie est expliqué par une mauvaise qualité de mesure de débit à l'exutoire 1, ce qui entraîne un manque des données spécifiquement pendant les événements pluvieux intenses ( 8 événements pluvieux ne sont pas sélectionnés ).

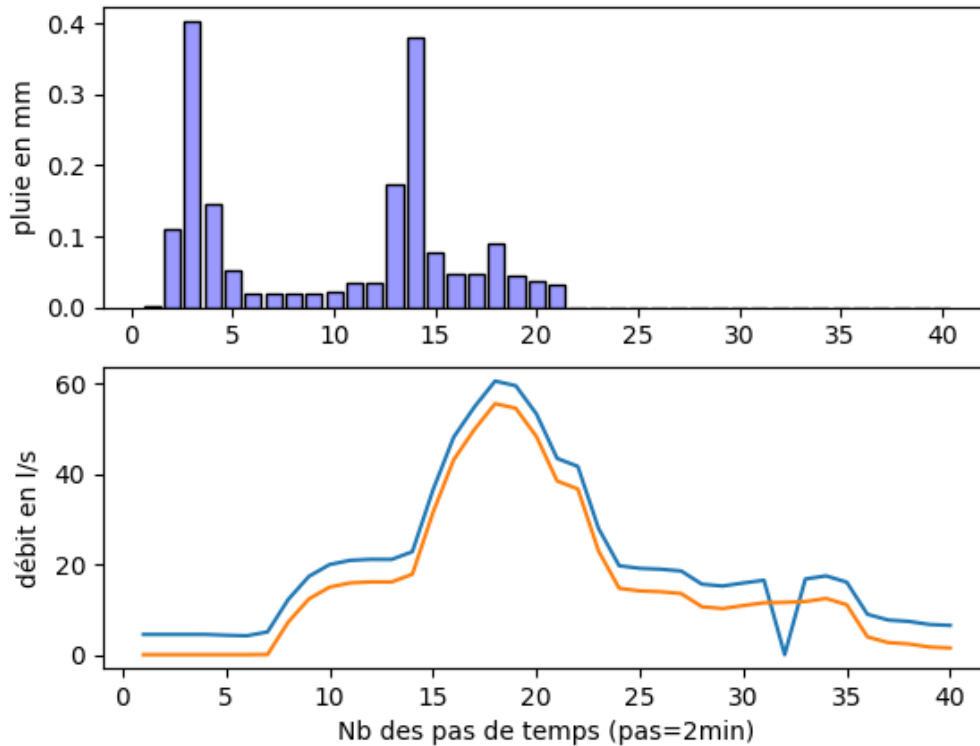


Figure 7: exemple de calcul du débit de base pour un événement à l'échelle du bassin versant (en bleu avant et en rouge après l'enlèvement du débit de base)

## II. Analyse des observations :

### Formation de ruissellement

Le ruissellement est étudié dans ce paragraphe pour les événements supérieures à 0,9 mm, ce choix est fait pour éviter les incertitudes qui affectent les événements trop faibles.

L'étude à l'échelle du bassin versant se fait avec l'hypothèse que le ruissellement provient seulement des surfaces imperméables, et toutes les pluies sur les surfaces naturelles s'infiltrent.

En basant sur cette hypothèse, les coefficients et les pertes au ruissellement à l'échelle du BV sont calculées à partir des hauteurs de ruissellement des surfaces imperméables qui sont égales au volume totale mesuré à l'exutoire 1 divisé par la surface imperméable.

( surface imperméable du BV = surface du BV \* Cimp )

#### A) Le ruissellement global

La hauteur d'eau totale précipitée sur la voirie est 185 mm et sur le bassin versant 107 mm entraîne une hauteur d'eau totale de ruissellement de 125 mm et 67 mm respectivement, soit un coefficient de ruissellement global de 67 % et de 62 % respectivement (Tableau 2).

	nombre d'événements	Pluie(mm)	Ruissellement(mm)	CR(global)
voirie	61	185	125	0,67
bassin versant	35	107	67	0,62

Tableau 2 : hauteurs de pluie et de ruissellement totales des événements pluvieux

### Événements communs

La hauteur d'eau précipitée des 26 événements communs est 67 mm, entraînant des hauteurs totales de ruissellement de 40 mm et 37 mm, ce qui donne des coefficients de ruissellement globaux de 60 % et 55 % à l'échelle de la voirie et BV respectivement (tableau 3)

	nombre d'événements	Pluie(mm)	Ruissellement(mm)	CR(global)
voirie	26	67	40	0,6
bassin versant	26	67	37	0,55

Tableau 3 : hauteur de pluie et de ruissellement totales pour les événements pluvieux communs

Le coefficient de ruissellement global à l'échelle de la voirie est plus grand que celle à l'échelle du bassin versant, et puisque le bassin versant se comporte en surfaces naturelles et imperméables, cette différence s'explique par délimitation entre ces deux surfaces, c'est-à-dire une partie des ruissellements des surfaces imperméables passent aux surfaces naturelles et s'infiltrent.

### **B) Le ruissellement par événements pluvieux**

La moyenne des coefficients de ruissellements (c'est-à-dire la moyenne des coefficients de ruissellements calculés pour chaque événement) est de 67 % pour la voirie et 53 % pour le bassin versant, ce qui implique des pertes de ruissellements par événements moyenne d'ordre 33 % pour la voirie et de 47 % pour le bassin versant, les pertes sont donc relativement importantes pour des surfaces réputées peu perméables.

Les coefficients sont très variables d'un événement à l'autre comme le montrent les distributions des coefficients de ruissellements (Figure 8) avec des valeurs comprises entre 0 et 1, ces variations sont illustrées par la figure 9 qui montre les variations de ruissellements d'un événement à l'autre : bien que la moitié des événements a un coefficient de ruissellement inférieure à 66 % pour la voirie et 53 % pour le BV.

	moyenne	médiane	écart type
CR (voirie)	0,67	0,66	0,18
CR imp(BV)	0,53	0,53	0,22

Tableau 4 : caractéristiques des coefficients de ruissellement, par événement, pour chaque échelle

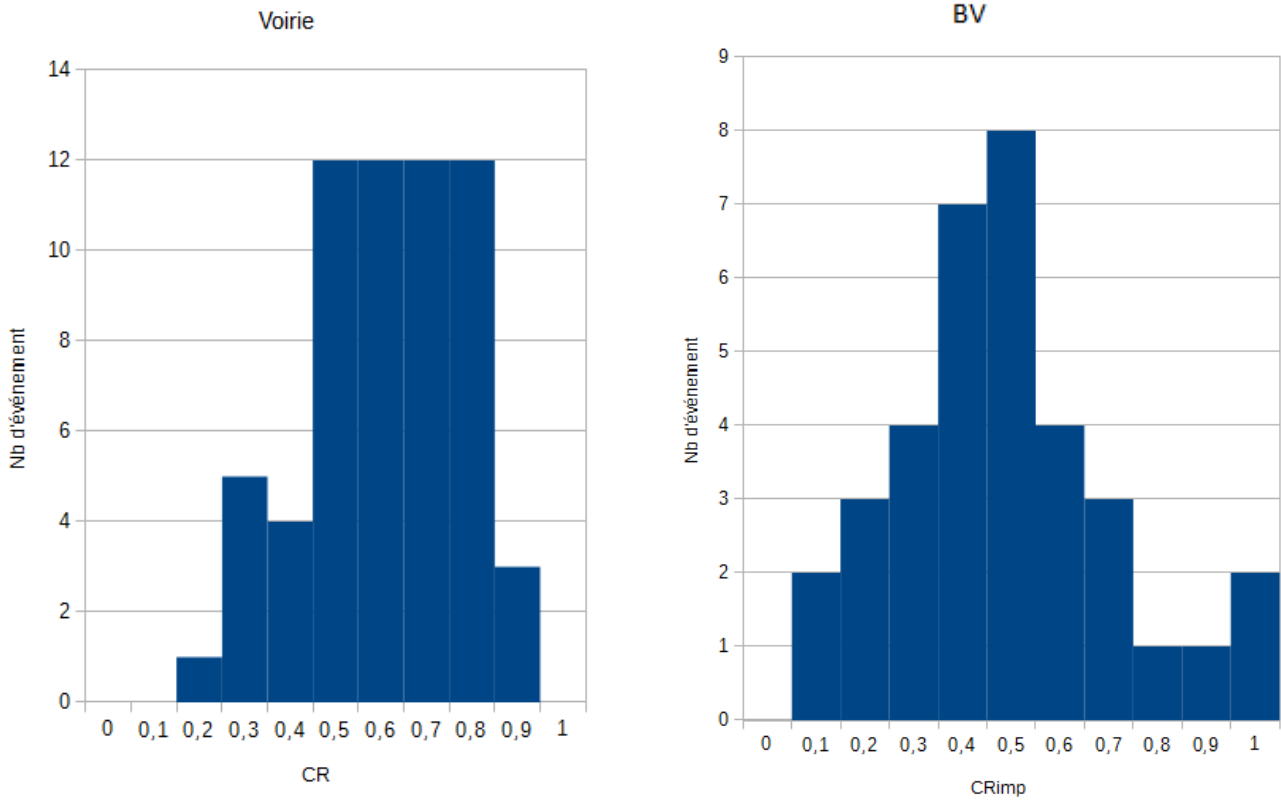
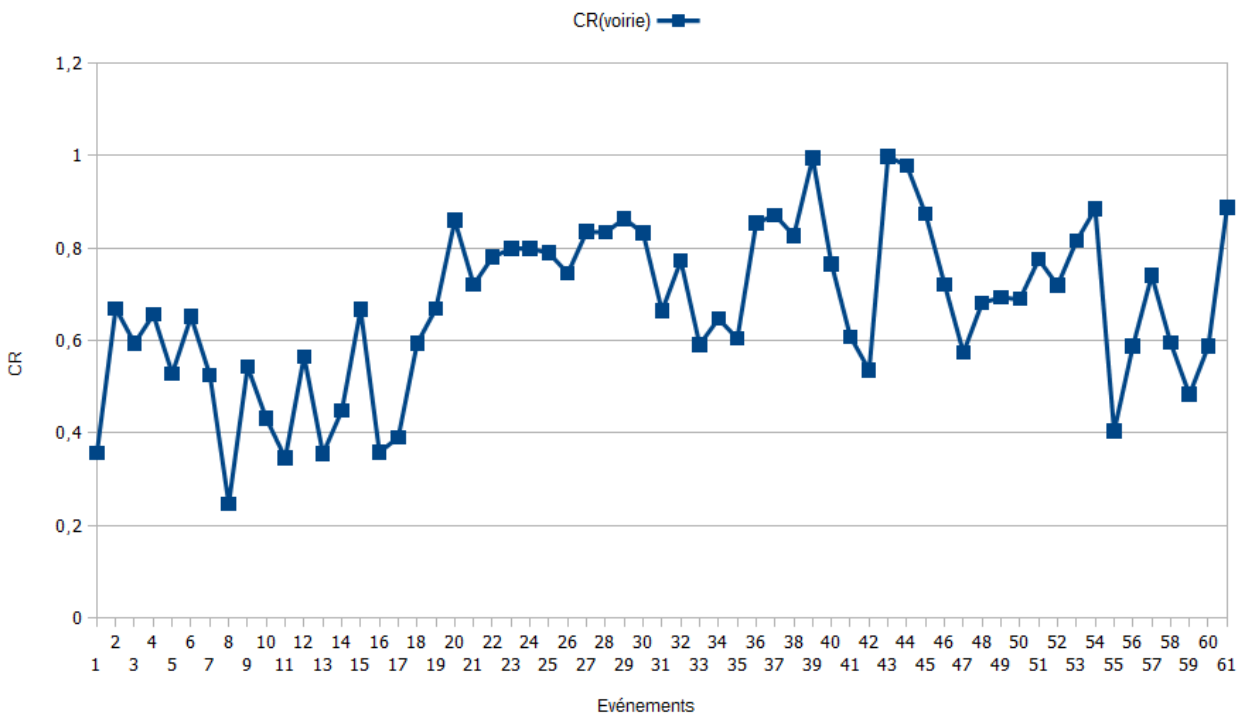


Figure 8 : distributions des coefficients de ruissellement(CR) aux deux échelles



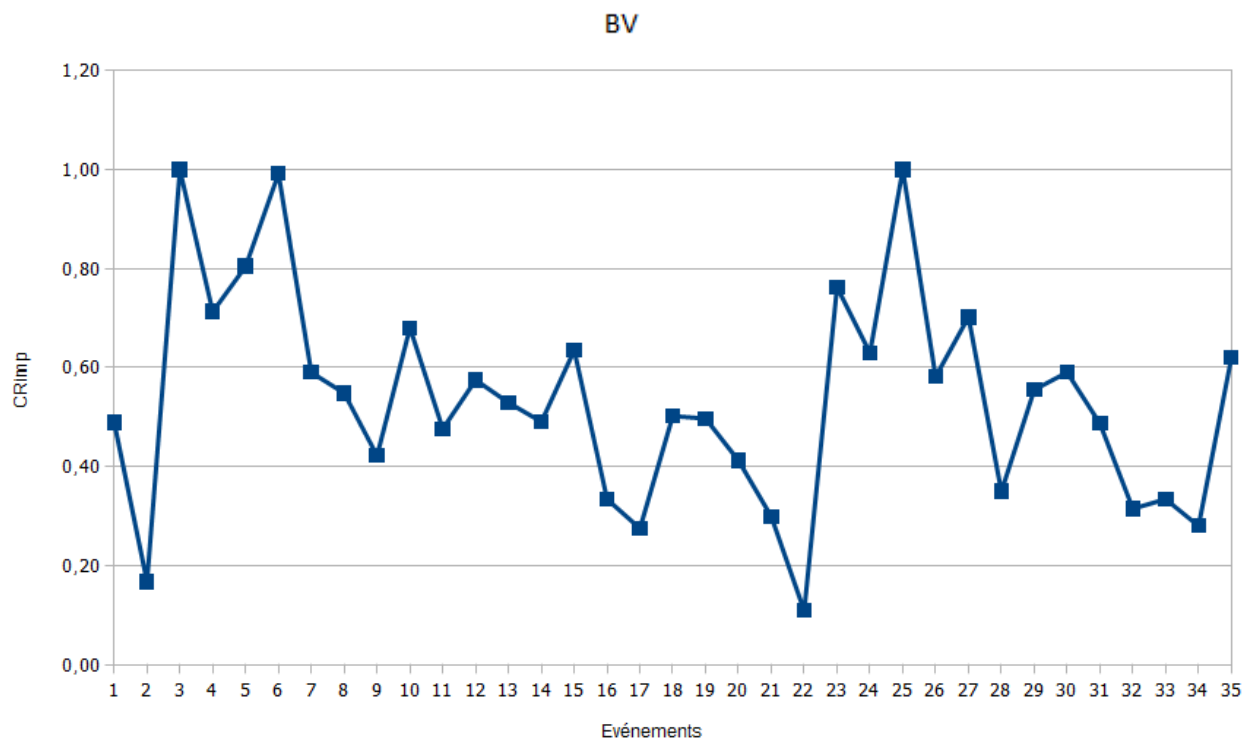


Figure 9 : les variations de coefficients de ruissellements d'un événement à l'autre , aux deux échelles .

### Événements communs

les caractéristiques des coefficients de ruissellements sont : moyenne de 59 % et 54 % , médiane de 57 % et 55 % respectivement à l'échelle de la voirie et du BV , la plupart des CR de deux échelles varient d'une façon similaire suivant les événements (figure 10) .

La figure 11 montre une certaine cohérence avec un coefficient de détermination de 0,41 , mais les valeurs du BV sont généralement inférieures à celles de la voirie , ce résultat confirme la différence entre les moyennes des coefficients de ruissellement . La corrélation semble meilleure pour les valeurs proches de la moyenne du CR .

	moyenne	médiane	écart type
CR (voirie)	0,59	0,57	0,15
CR imp(BV)	0,54	0,55	0,16

Tableau 5 : caractéristiques des coefficients de ruissellement, aux deux échelles pour les événements communs

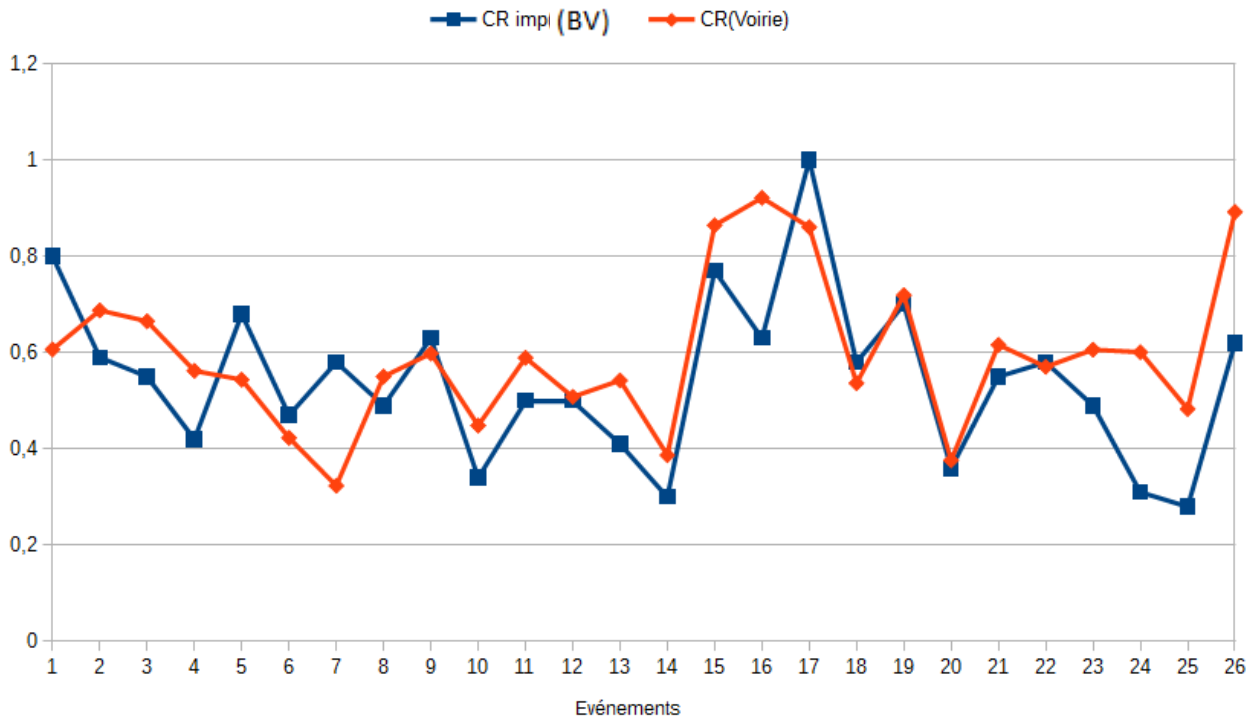


Figure 10 : Variabilité du coefficient de ruissellement pour 26 événements communs à deux échelles

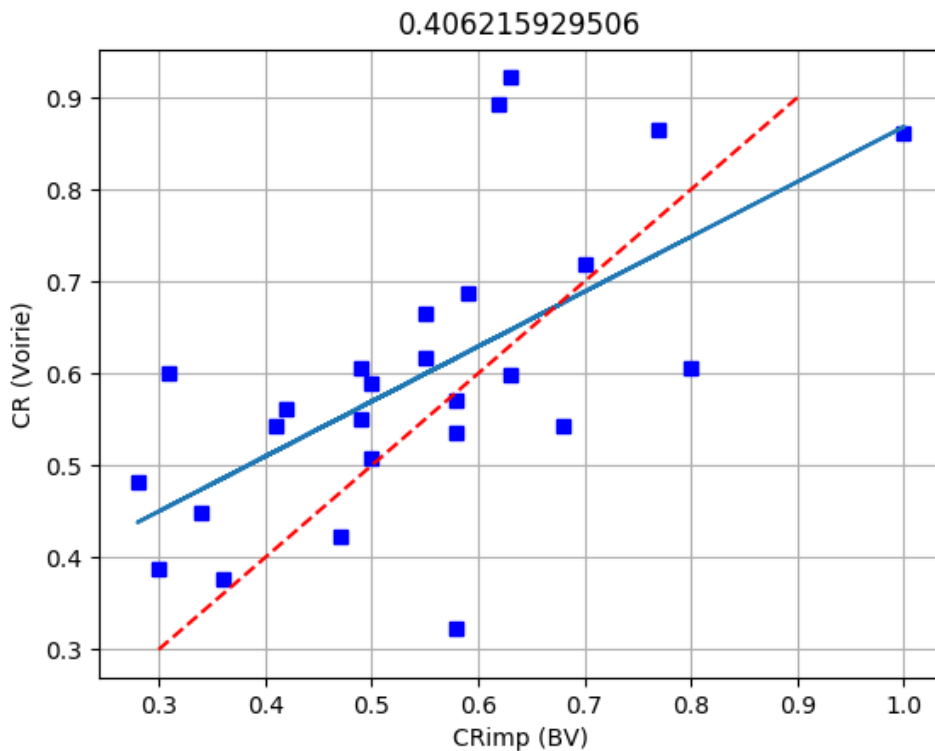


Figure 11 : Nuage de points entre les coefficients de ruissellement des deux échelles , pour les événements communs, avec un coefficient de détermination de 0,4 par régression linéaire simple ( en trait continue la droite de régression et en tirets la droite  $y=x$  )



### C) Les pertes au ruissellement

On rappelle :

- ✓ l'étude des pertes à l'échelle du bassin versant se fait en calculant uniquement sur les surfaces imperméables .

Le tableau 6 résume les caractéristiques des pertes au ruissellement observée pour chaque échelle. Elles sont en moyenne plus faible pour la voirie :0,98 mm et 1,21 mm pour le bassin versant . La figure 12 montre que la perte aux deux échelles varie dans un même intervalle de 0 à 4,5 mm avec une grande nombre des événements ont des pertes aux proches de 0,5 mm . La figure 13 montre que les pertes sont très variables suivant les événements aux deux échelles .

	moyenne	médiane	écart type
perte de la voirie (mm)	0,98	0,75	0,83
perte (imp) du BV (mm)	1,21	1,08	0,95

Tableau 6: caractéristiques des pertes au ruissellement

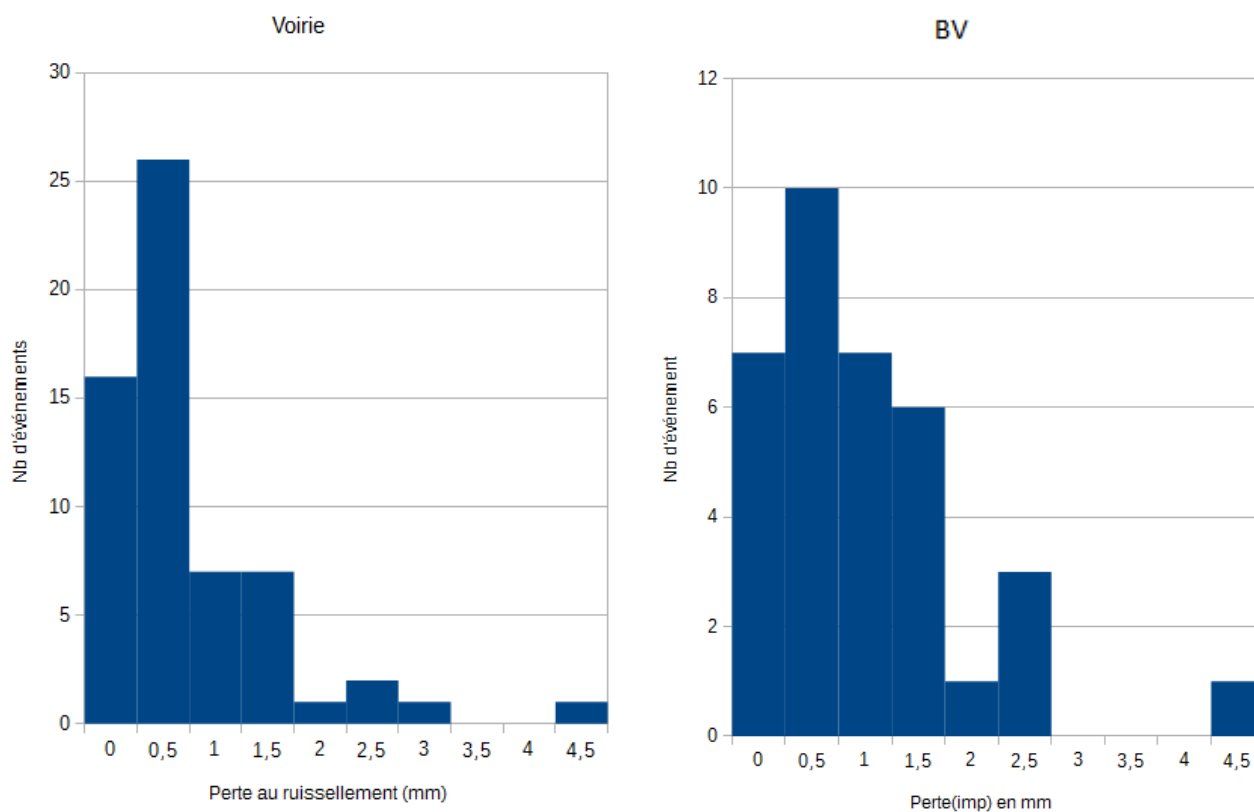


Figure 12: Distributions (par classe de 0,5 mm) des pertes au ruissellement

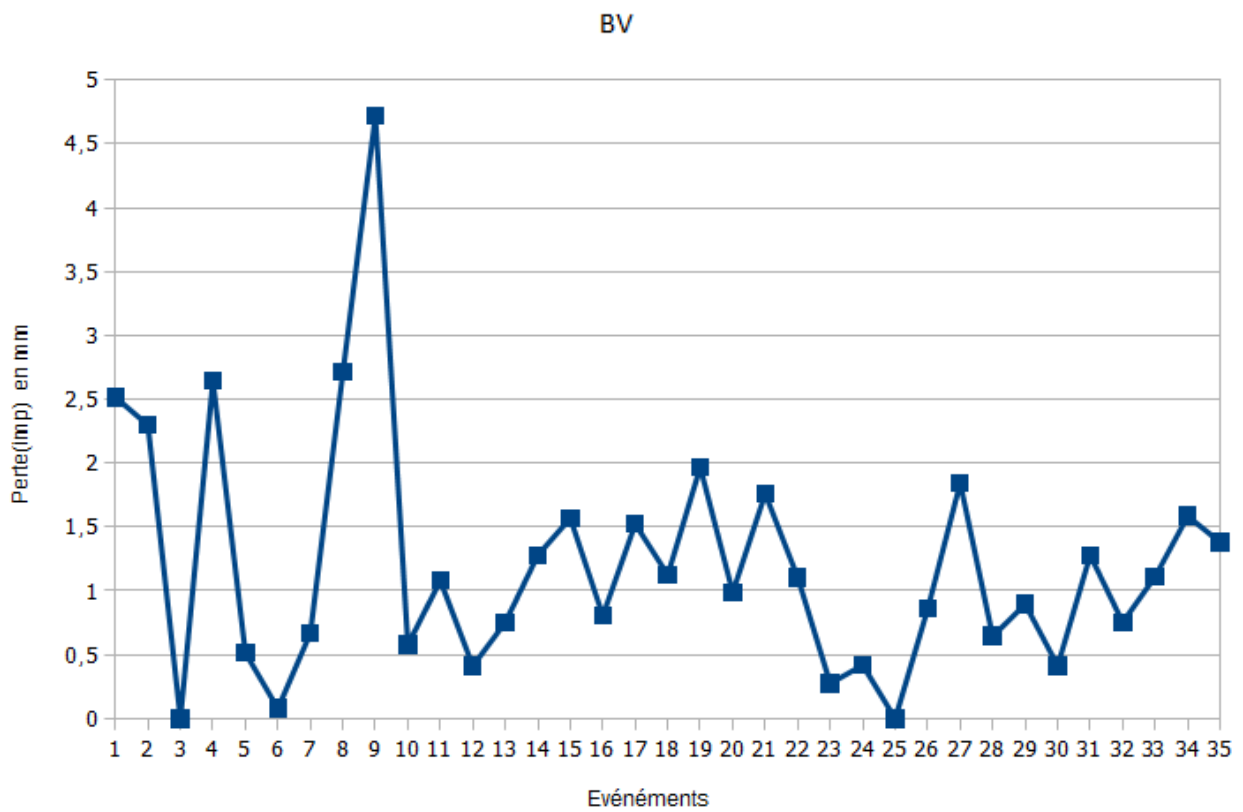
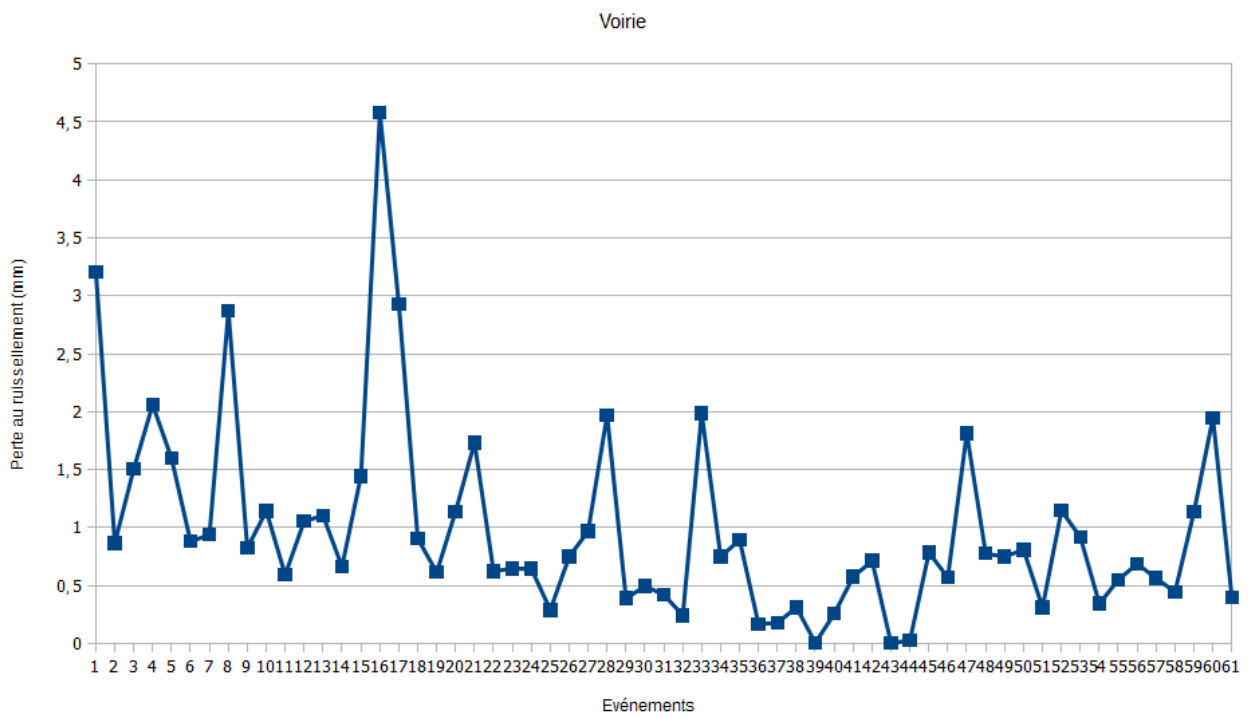


Figure 13 : les variations de pertes de ruissellements d'un événement à l'autre , aux deux échelles .

## Événements communs

Pour les 26 événements communs, les pertes sur les surfaces imperméables aux deux échelles montre en moyenne de 1,01 mm et de 1,17 mm à l'échelle de la voirie et de BV respectivement. La figure 14 montre que les pertes au ruissellement varient suivant des événements généralement d'une façon similaire entre les deux échelles. La figure 15 montre que leur cohérence est forte avec coefficient de détermination de 0,88 (donc plus de cohérence entre les deux échelles par rapport au perte que CR).

Cette différence de cohérence entre les pertes et le coefficient de ruissellement peut s'expliquer par la sensibilité du coefficient de ruissellement aux petites différences de pertes (en mm) pour les événements qui sont généralement faibles. Cette hypothèse se manifeste par une différence en moyenne de perte de 0,1 mm (tableau 7) qui entraîne une différence de 5 % en moyenne de coefficient de ruissellement (tableau 5).

	moyenne	médiane	écart type
perte de la voirie (mm)	1,01	0,87	0,74
perte (imp) du BV (mm)	1,17	0,94	0,95

Tableau 7: caractéristiques des pertes au ruissellement pour les événements communs

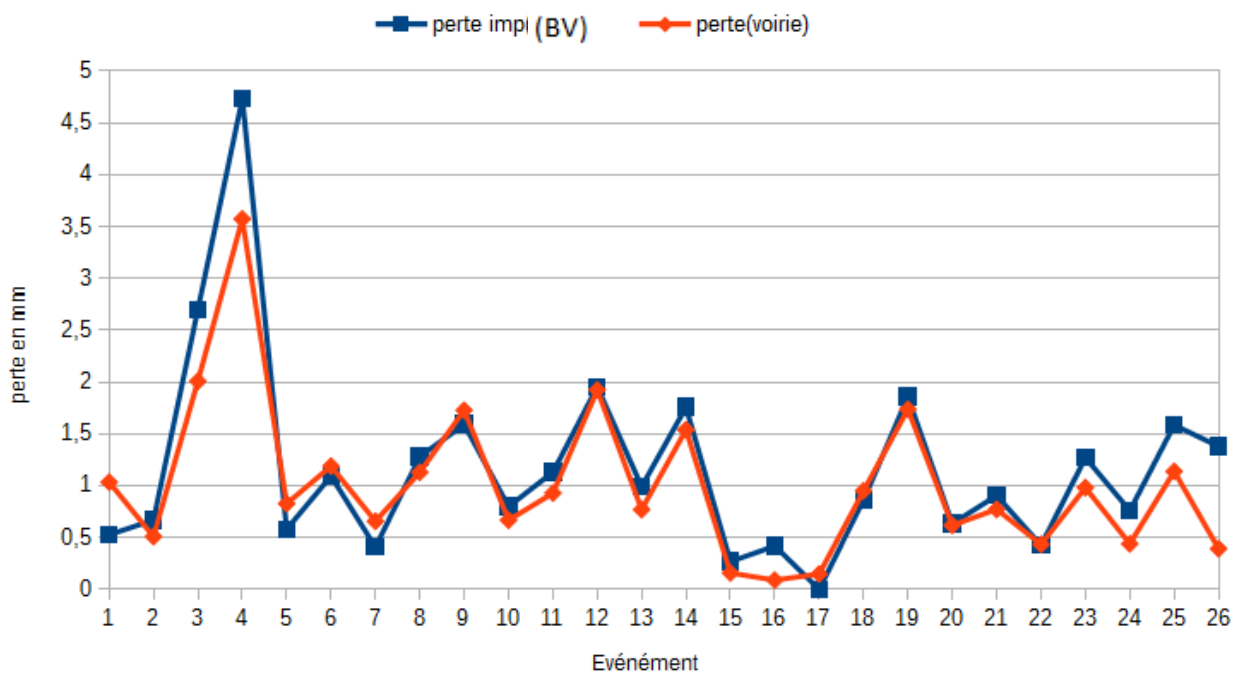


Figure 14 : variation de pertes au ruissellement d'un événement à l'autre aux deux échelles pour les événements communs

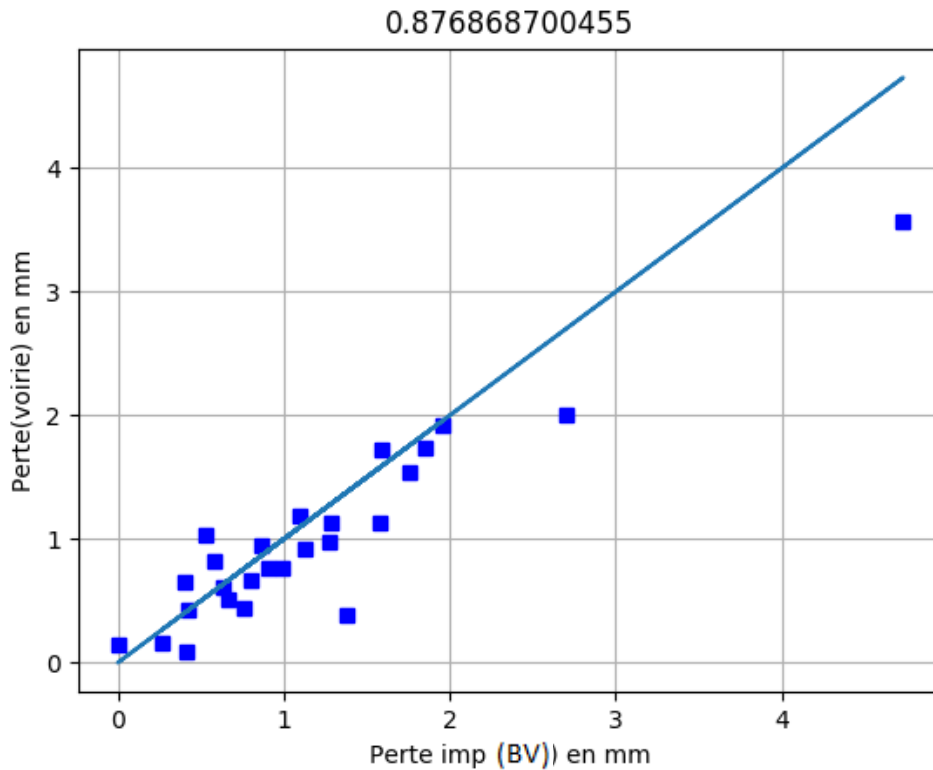


Figure 15 : nuage de points entre les pertes au ruissellement des deux échelles, pour les événements communs,

Le variation similaire entre les pertes à l'échelle de la voirie et l'échelle du bassin versant , montre que les pertes à l'échelle du BV s'explique par les surfaces imperméables . Puisque le deux échelles ont les memes mesures des pluies et de différents mesures des débits (avaloir à l'échelle de la voirie et exutoire 1 à l'échelle du BV ) ce qui montrent une certaine precisions de mesures des débits aux deux échelles .

#### D) Sensibilité à l'identification des événements

Ce paragraphe contient une étude de sensibilité des pertes au ruissellement et des coefficients de ruissellement aux paramètres d'identification des événements .

Les paramètres d'identification des événements sont les suivants (Annexe A) :

- $\Delta T$  : pas de temps des données d'étude en min
- I-seuil : intensité de pluie minimum pour le début d'événement , c'est-à-dire l'événement commence au pas de temps ayant l'intensité de pluie plus grande que I-seuil .
- Pdt-fin : durée minimum entre deux événements consécutifs ,
- H\_fin : c'est la quantité de pluie en mm nécessaire pour assurer la continuité d'un événement , c'est-à-dire l'événement ne s'arrête pas si la quantité de pluie pendant l'intervalle de temps Pdt-fin suivant est plus grande que H-fin

- Frac : c'est le pourcentage de la quantité de ruissellement nécessaire pour assurer la continuité d'événement : c'est-à-dire l'événement ne s'arrête pas si la quantité de ruissellement pendant l'intervalle de temps Pdt-fin suivant est plus grande que Frac \* quantité de ruissellement accumulée du début d'événement jusqu'au pas temps étudié .
- H-min est juste un paramètre de sélection des événements après qu'ils sont identifiés( sélection des événements ayant une hauteur de pluie plus grand que H-min – 0,1 mm (à cause de l'arrondi) .

L'étude de sensibilité consiste à modifier un paramètre (souvent en restant une valeur supérieure et une valeur inférieure ) tout en conservant les autres paramètres à leurs valeurs initiales .

Les Valeurs initiales des paramètres d'identification des événements sont :

- $\Delta T = 2$  min ( deux échelles )
- I-seuil = 1,5 mm ( deux échelles )
- H\_fin = 0,1 mm ( deux échelles )
- Frac = 1 % ( deux échelles )
- H-min = 1 mm ( deux échelles )
- Pdt-fin = 4 min ( Voirie )
- Pdt-fin = 12 min ( BV )

Par rapport à H-min : les valeurs de perte et de coefficient de ruissellement augmentent significativement pour les événements ont une hauteur de pluie élevée, aux deux échelles.

Par rapport au Frac : les résultats sont moyennement sensibles à ce paramètre, avec une variation moyenne de coefficient de ruissellement de 8 % (aux deux échelles) , et de 0,01 mm et 0,2 mm pour les pertes au ruissellement respectivement à l'échelle du bassin versant et de la voirie .

Par rapport au H-fin : les résultats montrent de petites variations aux deux échelles, ces faibles variations peuvent s'expliquer par la condition de continuité d'événement qui est aussi conditionnée par H-min ou Frac ou I-seuil.

par rapport au Pdt-fin : le nombre des événements identifiés est sensible à ce paramètre, aux 2 échelles, avec des variations en termes de moyenne du coefficient de ruissellements d'environ 4 % ,et de perte au ruissellement d'environ 0,3 mm. La valeur choisie pour ce paramètre doit être proche du temps de réponse\* de chaque échelle, une valeur plus petite donne plus d'événements (séparation d'un événement en plusieurs) et une grande valeur donne moins d'événements (fusion de deux ou plusieurs événements en un seul).

\* temps de réponse du bassin : Intervalle de temps qui sépare le centre de gravité de la pluie nette du centre de gravité de l'hydrogramme de ruissellement

Par rapport au I-seuil : le nombre d'événement est sensible à ce paramètre, avec des variations de 12 et 33 événements lorsque on l'augmente (respectivement à l'échelle du bassin versant et voirie) ; Les variations en termes de moyenne de perte au ruissellement sont de l'ordre de 0,1 mm et de moyenne de coefficient de ruissellement d'environ 3 % aux deux échelles. La grande variabilité du nombre d'événements montre que les données ont en général une intensité de pluie relativement faible.

## Bassin versant :

caractéristiques	nb d'événement	CR imp			perte(imp) (mm)		
		moyenne	médiane	écart type	moyenne	médiane	écart type
I-seuil=1,5 mm/h	35	0,535	0,529	0,216	1,216	1,079	0,948
I-seuil=3 mm/h	31	0,503	0,498	0,223	1,274	1,042	0,828
I-seuil=6 mm/h	23	0,535	0,519	0,240	1,129	0,880	0,739
Pdt-fin=2 min	38	0,492	0,501	0,249	1,051	1,068	0,588
Pdt-fin=12 min	35	0,535	0,529	0,216	1,216	1,079	0,948
Pdt-fin=24 min	32	0,493	0,501	0,237	1,308	1,148	0,904
H-fin= 0,1 mm	35	0,535	0,529	0,216	1,216	1,079	0,948
H-fin= 0,3 mm	37	0,523	0,514	0,259	1,213	1,089	0,923
H-fin= 0,6 mm	38	0,520	0,507	0,256	1,187	1,087	0,812
Frac=1%	35	0,535	0,529	0,216	1,216	1,079	0,948
Frac=5%	38	0,473	0,486	0,220	1,229	1,116	0,745
Frac=10%	40	0,455	0,455	0,218	1,220	1,166	0,697
H-min=1 mm	35	0,535	0,529	0,216	1,216	1,079	0,948
H-min=3 mm	10	0,650	0,590	0,206	1,977	1,899	1,357
H-min=6 mm	6	0,730	0,708	0,233	1,996	2,239	1,792

## Voirie :

caractéristiques	nb d'événement	CR			perte(mm)		
		moyenne	médiane	écart type	moyenne	médiane	écart type
I-seuil=1,5 mm/h	61	0,670	0,669	0,175	0,982	0,751	0,830
I-seuil=3 mm/h	50	0,671	0,678	0,196	0,963	0,827	0,697
I-seuil=6 mm/h	28	0,653	0,665	0,196	1,036	0,801	0,932
Pdt-fin=2 min	69	0,657	0,669	0,180	0,865	0,709	0,641
Pdt-fin=4 min	61	0,670	0,669	0,175	0,982	0,751	0,830
Pdt-fin=12 min	48	0,636	0,647	0,187	1,156	0,846	1,296
H-fin= 0,1 mm	61	0,670	0,669	0,175	0,982	0,751	0,830
H-fin= 0,3 mm	63	0,665	0,669	0,187	0,967	0,751	0,830
H-fin= 0,6 mm	63	0,665	0,669	0,187	0,967	0,751	0,830
Frac=1%	61	0,670	0,669	0,175	0,982	0,751	0,830
Frac=5%	76	0,615	0,632	0,178	0,807	0,659	0,581
Frac=10%	74	0,585	0,578	0,180	0,792	0,719	0,542
H-min=1 mm	61	0,670	0,669	0,175	0,982	0,751	0,830
H-min=3 mm	24	0,673	0,720	0,188	1,578	1,475	1,027
H-min=6 mm	7	0,734	0,833	0,184	1,891	1,734	1,286

Tableau 8: variation du coefficient de ruissellement et des pertes au ruissellement en fonction des paramètres d'identification des événements, aux 2 échelles

### III. Modélisation

Cette partie du travail présente l'usage de différents modèles pour reproduire la production du ruissellement observée dans la partie précédente.

#### A).Modèle statistique

Une analyse statistique basée sur la régression linéaire multiple est effectuée afin de trouver les variables explicatives de la variabilité du coefficient de ruissellement. Ces variables explicatives sont choisies parmi les caractéristiques des événements pluvieux :

- la durée de l'événement D(min)
- la pluie totale P(mm)
- l'intensité maximum I<sub>max</sub>(mm/h)
- la durée de temps sec antécédent l'événement DTS(h)

Il a été choisi d'utiliser la méthode de sélection des variables la plus explicative décrit dans l'annexe B, on rappelle cette méthode consiste à ajouter les variables qui font augmenter le plus le coefficient de détermination R<sup>2</sup>, la sélection des variables se faisant à partir des coefficients de corrélation partielle .

A l'échelle de la voirie les variables les plus explicatives sont la durée ( D ) et l'intensité maximum de l'événement (I<sub>max</sub>), et à l'échelle du bassin versant sont la pluie (P) et la durée de temps sec (DTS) (tableau 9). La corrélation entre le coefficient de ruissellement observé et reconstitué avec la régression linéaire à une valeur de 49 % à l'échelle du bassin versant et de 19 % à l'échelle de la voirie (tableau 10).

	voirie		bassin versant	
		R <sup>2</sup>		R <sup>2</sup>
variable la plus explicative	Durée	0,018	Pluie	0,166
	I <sub>max</sub>	0,028	DTS	0,241
	DTS	0,034	Durée	0,243
variable la moins explicative	Pluie	0,037	I <sub>max</sub>	0,243

Tableau 9: de la variable la plus explicative à la moins explicative pour l'explication du coefficient de ruissellement

	moyenne	médiane	écart type	R <sup>2</sup>
voirie				
observé	0,67	0,66	0,18	
Reconstitué	0,67	0,66	0,03	0,037
bassin versant				
observé	0,53	0,53	0,22	
Reconstitué	0,54	0,52	0,1	0,243

Tableau 10 : caractéristiques de la reconstitution du coefficient de ruissellement par la régression linéaire multiple

Juste 24 % et 4 % des coefficients de ruissellements sont expliqués par les paramètres de caractéristiques des événements pluvieux par modèle de Régression linéaire multiple respectivement à l'échelle du bassin versant et voirie , de plus la figure 16 montre que les CR reconstitués incapables de reproduire les variations des CR observés à deux échelles , ce qui confirme que ce modèle est plus loin être parfait .

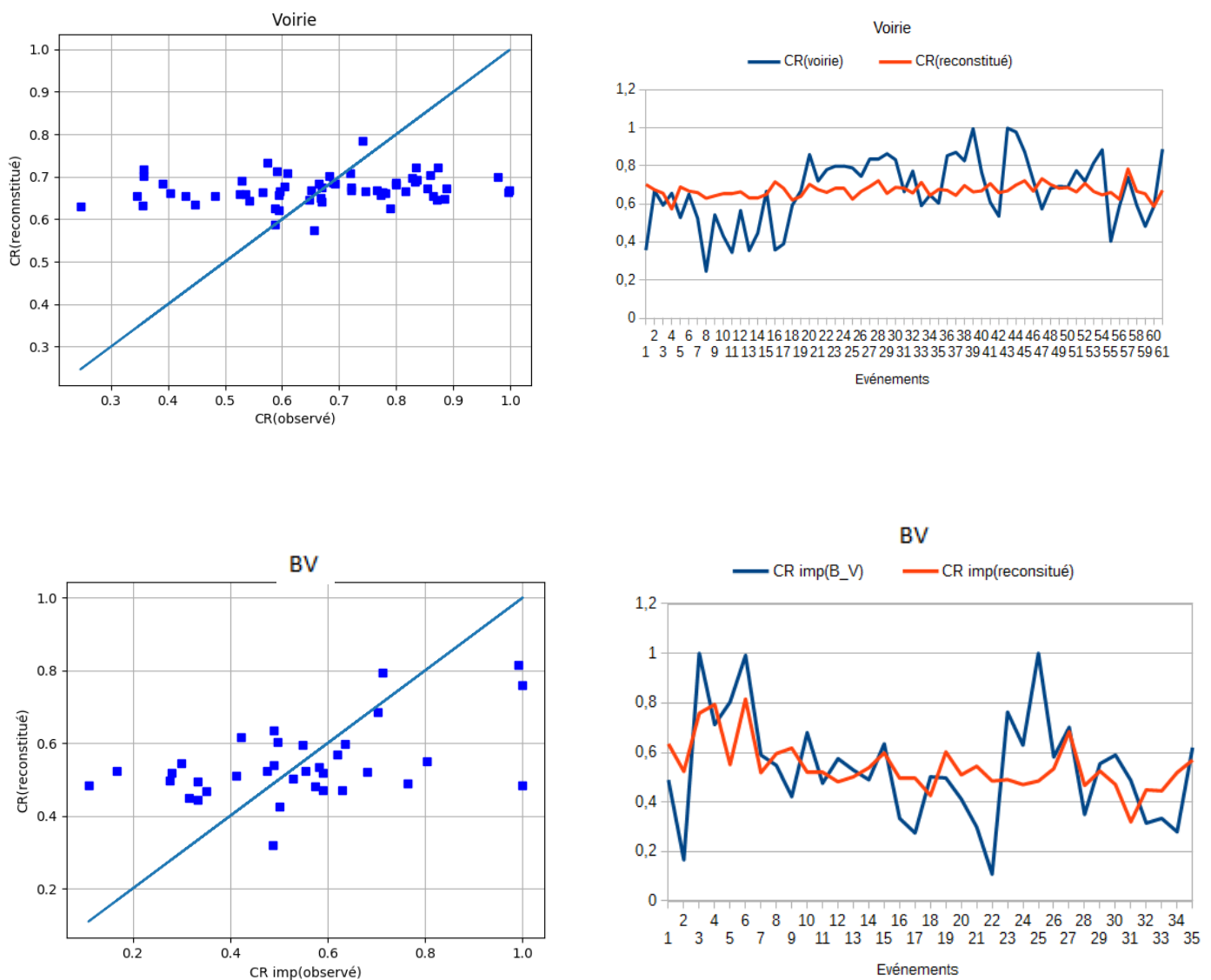


Figure 16: comparaison entre les coefficients de ruissellements observés et reconstitués par la régression linéaire multiple



## B). Modèle simple de pertes au ruissellement

On rappelle que l'étude de ruissellement montre que les pertes au ruissellement représentent en moyenne , par événement, 33% pour la voirie et 47% pour les surfaces du bassin versant . Elles sont en moyenne plus faibles pour la voirie :0,98 mm et 1,21 mm pour le bassin versant (tableau 6)

De façon générale, les pertes au ruissellement sur une surface imperméable peuvent se schématiser comme la somme des pertes initiales ( $P_{ini}$ ) et des pertes continues ( $P_c$ ) . Les pertes au cours d'un événement ( $P_r$ ) s'expriment alors de la manière suivante :

$$P_r = P_{ini} + P_c * D \quad (1)$$

où D est la durée de l'événement (en min)

les pertes initiales se forment en début d'événement et correspondent au stockage dans les dépressions de la surface (elle sont exprimées en hauteur d'eau). Les pertes continues sont supposées constantes au cours de l'événement et sont exprimées comme une vitesse (en mm/h par exemple).

Dans ce paragraphe , un modèle simple basé sur l'équation (1) est construit. Il nécessite la détermination des 2 paramètres pertes initiales et pertes continues à partir des données expérimentales. Pour les distinguer des mesures expérimentales, les pertes simulées par le modèle sont  $P'_r, P'_{ini}, P'_c$  .

### Détermination des pertes initiales

les pertes initiales sont généralement considérées comme une capacité de stockage de l'eau à la surface de l'enrobé. Elles peuvent être exprimées comme l'ordonnée à l'origine de la droite de régression entre le volume ruisselé et le volume précipité. Cette méthode suppose que les pertes initiales se forment avant que ruissellement ne commence et ne tient pas compte de l'état hydrique initial de la surface.

Ainsi, dans la méthode proposée , les pertes initiales sont identifiées en fonction de l'état hydrique initial représenté par le terme durée de temps sec . Pour cela ,l'hypothèse suivante est faite : plus la durée de temps sec est importante, plus les pertes initiales doivent être importantes .

La figure 17 montre que pour des valeurs identiques de la durée de temps sec , les pertes au ruissellement sont variables . D'après l'équation (1) , il est possible de supposer que les pertes initiales correspondent au minimum des pertes au ruissellement (pertes continues négligeables).

Ainsi, en calant une courbe sur ces valeurs minimums , correspondant à l'enveloppe inférieure du nuage de points, il est possible d'exprimer les pertes initiales à partir du terme durée de temps sec.

les équations obtenues sont (le calage de constant se fait manuellement en regardant les nuages des points des pertes en fonctions des courbes supposées) :

pour la voirie:

$$P'_{ini} = \frac{1}{14} \ln(DTS + 1)$$

pour le bassin versant :

$$P'_{ini} = 0,13 \ln(DTS + 1)$$

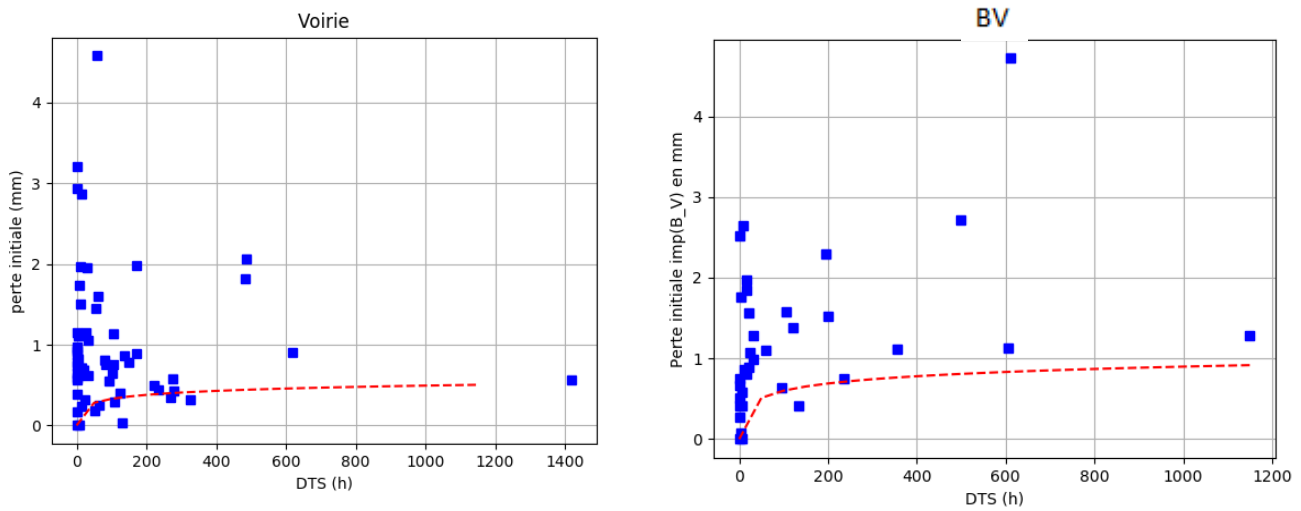


Figure 17 : Pertes au ruissellement en fonction de la durée de temps sec (DTS), les courbes en rouge représentent le calage des pertes initiales .

### Détermination des pertes continues

Les pertes continues sont calculées à partir des pertes initiales déterminées précédemment et des pertes au ruissellement observées:

$$P'c = \frac{Pr - P'_{ini}}{D}$$

où D est la durée de l'événement.

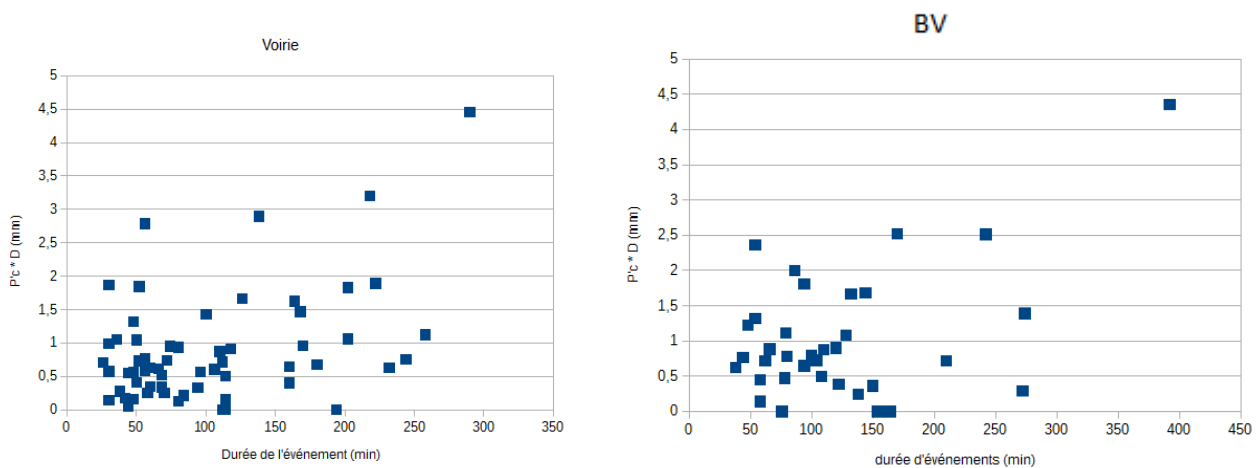


Figure 18 : montre les pertes continues multipliées par la durée de l'événement en fonction de la durée de l'événement.

Une relation linéaire simple doit apparaître entre les pertes continues multipliées par la durée de l'événement en fonction de cette dernière, donc les paramètres pertes continues sont alors estimées par la pente de la droite de régression:

à l'échelle de la voirie:  $P^c=8,58 \cdot 10^{-8}$  m/s

à l'échelle du bassin versant :  $P^c=8,92 \cdot 10^{-8}$  m/s

Les deux échelles présentes des valeurs de  $P^c$  moyen proche l'une de l'autre et de l'ordre  $10^{-8}$  m/s , ce qui montre une certaine cohérence en terme des pertes continues .

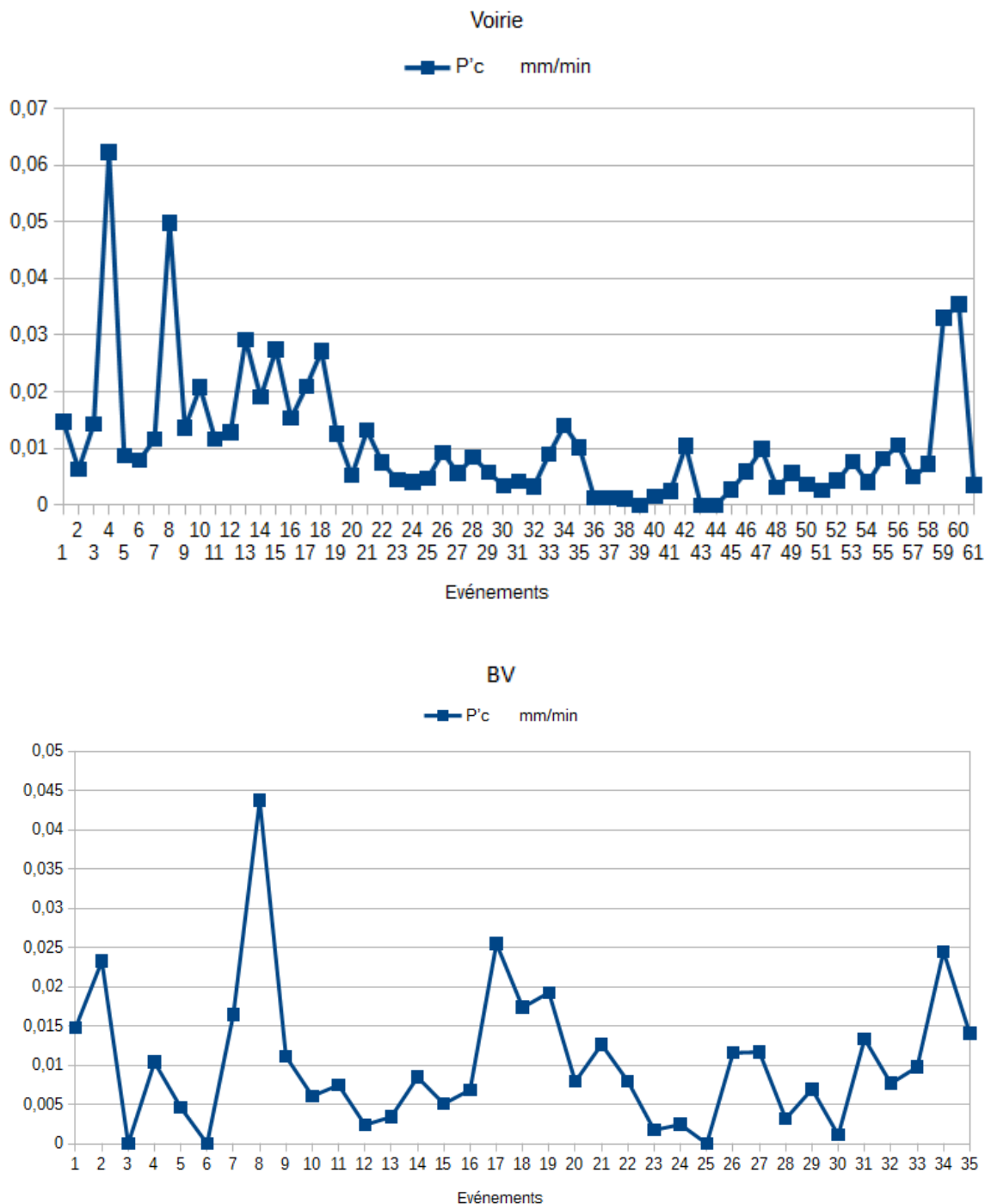


Figure 19 : Variation de pertes continues identifiées pour les différents événements (aux deux échelles)

La figure 19 montre la variation des pertes continues (en mm/min) suivant les événements aux deux échelles, donc les pertes continues  $P_c$  identifiés par la modèle de perte n'est pas réellement constant d'un événement à l'autre, ce qui illustre les incertitudes du modèle.

### Reconstitution du ruissellement à partir modèle de perte

Les pertes initiales et les pertes continues étant ainsi estimées, il est possible de simuler le coefficient de ruissellement de chaque événement ( $CR'$ ) à partir de ce modèle de pertes. La première étape consiste à simuler les pertes au ruissellement de chaque événement à partir ce modèle

$$P'_r = P'_{ini} + P'_c * D$$

Ensuite le coefficient de ruissellement simulé est estimé par :

$$CR' = \frac{P - P'_r}{P}$$

le tableau 11 présente les résultats de cette simulation. Les caractéristiques du coefficient de ruissellement reconstitué sont supérieures à celle du coefficient de ruissellement observé. Ce modèle permet de reproduire une certaine variabilité du coefficient de ruissellement ; cependant, ce modèle est très loin d'être parfait : le nuage de points entre les coefficients de ruissellement observés et simulés présente une grande dispersion (figure 20).

	moyenne	médiane	écart type	R <sup>2</sup>
voirie				
observé	0,67	0,66	0,18	
simulé	0,74	0,77	0,14	0,054
bassin versant				
observé	0,53	0,53	0,22	
simulé	0,63	0,69	0,23	0,036

Tableau 11 : caractéristiques de simulation du coefficient de ruissellement à partir du modèle de pertes.

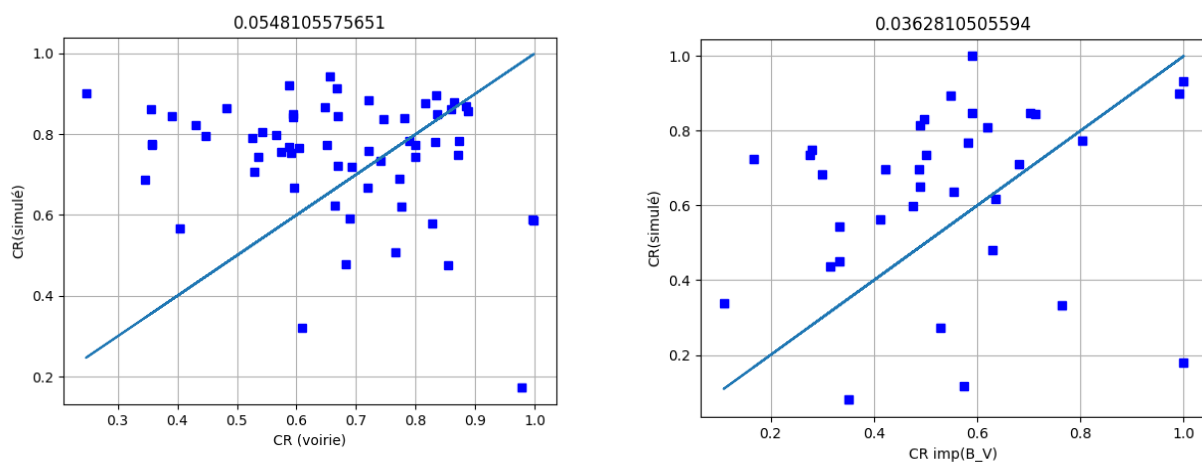


Figure 20: Nuages des points des coefficients de ruissellement observés et simulés à partir du modèle de pertes aux deux échelles

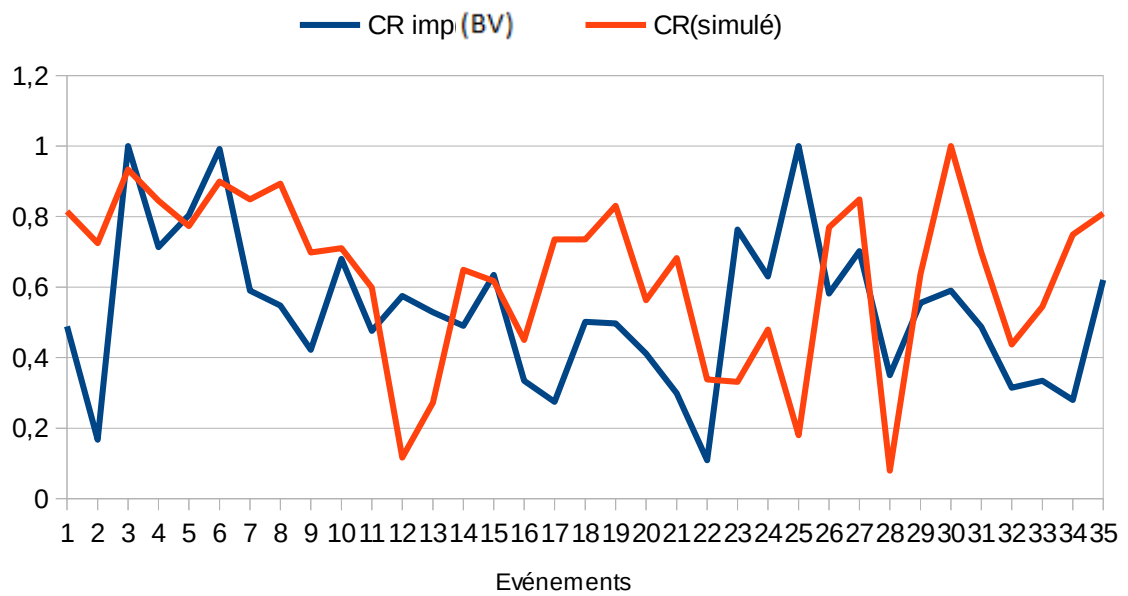
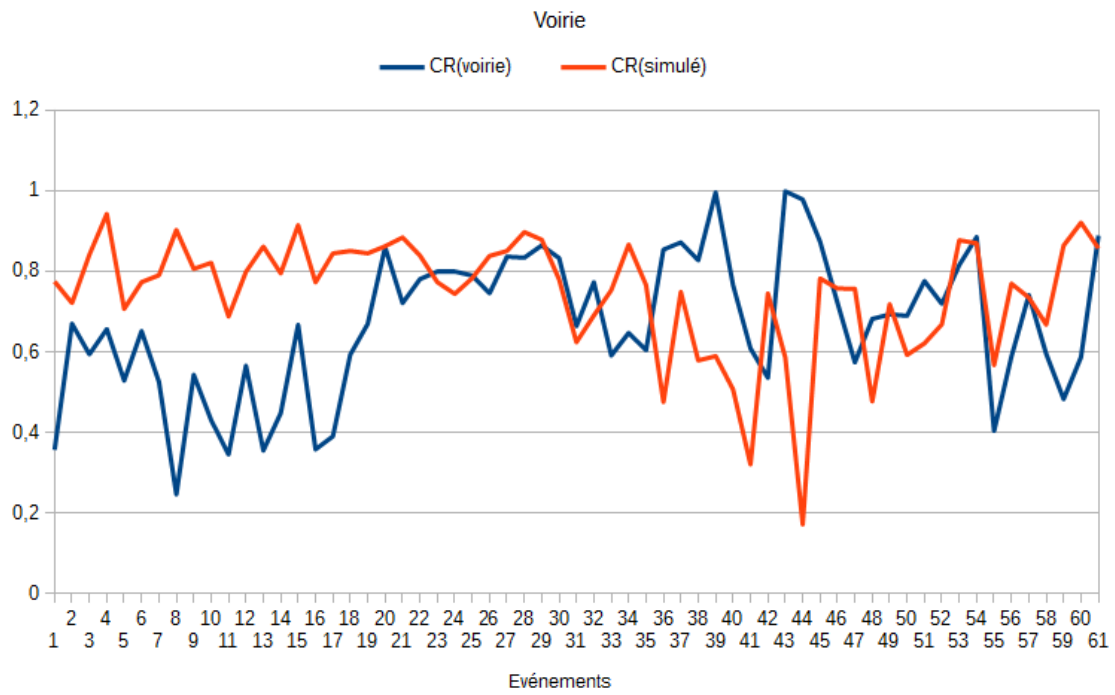


Figure 21: Variation des coefficients de ruissellement observés et simulés suivant les événements à partir du modèle de pertes aux deux échelles

### C) . Modèle usuel SWMM ( Storm Water Model Management)

SWMM est un logiciel de référence utilisé dans les études d'assainissement et de gestion des eaux pluviales urbaines. Il est donc considéré comme représentant les modèles utilisés régulièrement en opérationnel.

SWMM est un modèle dynamique de simulation de pluie-Ruissellement utilisé pour une simulation unique ou à long terme (continue) de la quantité et de la qualité de ruissellement principalement en milieu urbain. Le composant de ruissellement de SWMM fonctionne sur un ensemble de sous-bassin urbain qui reçoit les précipitations et génère le ruissellement chargé par des polluants.

L'étude des pertes au ruissellement se fait à l'aide de la fonction de production du ruissellement présente dans le modèle (SWMM 5 est écrit en C++ et les codes peuvent être téléchargés librement).

#### **Principe du modèle de ruissellement :**

Cette partie montre comment SWMM convertit la précipitation (pluie, neige), moins l'infiltration, l'évaporation et le stockage de dépression (stockage initiale) en ruissellement. Et puisque SWMM est un modèle qui distribue le bassin urbain en plusieurs sous bassin, chaque sous bassin possède ainsi un ruissellement différent, on calcule le débit de bassin urbain global par sommation de tout les débits de chaque sous bassin.

SWMM utilise le modèle de réservoir non linéaire pour estimer le ruissellement produit sur chaque sous bassin, le modèle est publié par Chen et Shunbink (1971), qui est déjà inclus dans la version originale de SWMM (Metcalf et Eddy et al, 1971a). Le concept de bassin dans SWMM est une surface rectangulaire de pente uniforme  $S$  et de largeur (subcatchment width)  $W$  avec un drainage unique par un canal. (figure 22)

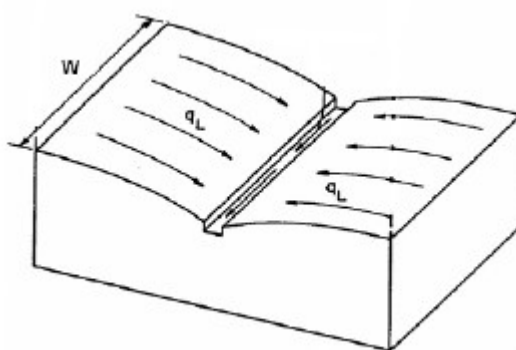


Figure 22 : représentation du bassin dans le modèle SWMM

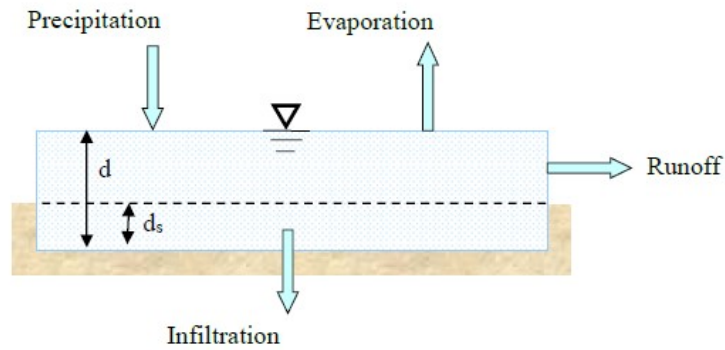


Figure 23: modèle de réservoir non linéaire du bassin

La figure 23 montre le débit entrant (précipitation (pluie + fonte de neige)) et les débits sortants, comme les pertes par évaporation et infiltration, tel que la hauteur d'eau  $d$  (la hauteur d'eau accumulée à la surface de bassin) au-dessus de  $d_s$  (la hauteur de stockage de dépression due à l'interception ...) se produit le débit de ruissellement .

Donc, la variabilité de hauteur  $d$  par rapport au temps est la différence entre le débit entrant et les débits sortants par conservation de masse .

$$\frac{\partial d}{\partial t} = i - e - f - q \quad (3-1)$$

tel que  $i$  : débit de pluie + fonte de neige (m/s)

$e$  : débit par évaporation (m/s)

$f$  : débit par infiltration (m/s)

$q$  : débit de ruissellement (m/s)

et puisque la surface de bassin est supposée comme un rectangle de largeur  $W$  que le débit traverse avec une hauteur d'eau  $(d-d_s)$  et pente  $S$ , l'équation de Manning peut être utilisée pour calculer le débit volumique  $Q$  ( $m^3/s$ ) :

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} R_x^{2/3} A_x \quad (3-2)$$

tel que  $n$  : coefficient de rugosité de surface

$S$  : pente (m/m)

$A_x$  : l'aire de section de débit ( $m^2$ )

$R_x$  : rayon hydraulique associé à  $A_x$  (m)

$$A_x = W(d - d_s)$$

$$R_x = A_x / P_x = (d - d_s)$$

$$P_x = \text{périmètre mouillé} = W + 2(d - d_s) = W$$

car  $2(d-d_s)$  est petit devant  $W$

$$Q = \frac{1}{n} WS^{1/2} (d - d_s)^{5/3} \quad (3-3)$$

pour obtenir le débit q par unité de surface de bassin versant

$$q = \frac{WS^{1/2}}{A n} (d - d_s)^{5/3} \quad (3-4)$$

remplaçant cette équation dans l'équation (3-1)

$$\frac{\partial d}{\partial t} = i - e - f - \alpha (d - d_s)^{5/3} \quad (3-5)$$

où

$$\alpha = \frac{WS^{1/2}}{A n} \quad (3-6)$$

finalement l'équation différentielle non linéaire 3-5 est résolue par méthode numérique (Runge Kutta) pour chaque pas de temps d'accumulation de d, une valeur de d est connue donc, on calcule

$$q = \alpha (d - d_s)^{5/3} \quad \begin{array}{l} \text{si } d - d_s > 0 \\ \text{si non } q = 0 \text{ et} \end{array}$$

$$\frac{\partial d}{\partial t} = i - e - f \quad (3-7)$$

les données nécessaires pour modéliser le ruissellement dans SWMM ont plusieurs options :

- surface de ruissellement
  1. imperméable avec stockage de dépression
  2. imperméable sans stockage de dépression
  3. perméable
  
- pente : une valeur constante
- largeur de bassin : une valeur constante
- Infiltration
  1. Horton
  2. Horton modifier
  3. Green Ampt
  4. Green Ampt modifier
  5. curve number ou SCS



- Évaporation
  1. Constant
  2. série chronologique
  3. mensuel
  4. Température
  
- rugosité n
 

une valeur constante pour surface :

  1. perméable
  2. imperméable
  
- Stockage de dépression
 

une valeur constante pour surface :

  1. perméable
  2. imperméable
  
- pluie
  1. conception d'un événement
  2. série chronologique

Afin de reproduire la fonction de production de SWMM, un programme sous le logiciel Python a été écrit qui permet de calculer à l'identique de SWMM le ruissellement.

### Voirie

ce programme est utilisé pour le calcul de ruissellement à l'échelle de la voirie , il a comme entrées les données de pluie et l'évaporation à chaque pas de temps de définition de l'événement (2 min ), le temps de chaque événement , un coefficient de rugosité  $n=0,015$  et pente  $S=2\%$ , avec une surface totalement imperméable sans infiltration (il n'est pas possible sous SWMM de définir une infiltration sur une surface imperméable).

Pour les paramètres stockage de dépression et largeur de bassin , un calage de ces valeurs est effectué en comparant aux coefficients et aux pertes de ruissellement observés.

Et puisque la surface de la voirie n'est pas rectangulaire , et la valeur de largeur du bassin dépend du sens de ruissellement , 3 valeurs de W (largeur du bassin ) sont considérées (figure 24) :



Figure 24 : largeurs de la voirie supposés

W1=5m  
W2=100m  
W3=superficie / longueur maximum de débit de ruissellement=25m  
Pour le stockage de dépression, il varie de 0, 0,3 , 0,6 et 1 mm.

Les données d'évaporation sont réduites avec une période de mesure du 20/09/2014 jusqu'à 20/05/2015. Il y a donc juste 39 événements sur la voirie qui peuvent être simulés avec SWMM. .

		CR(voirie)			perte (mm)		
		moyenne	médiane	écart type	moyenne	médiane	écart type
	observé	0,750	0,773	0,131	0,697	0,648	0,499
w=5m	ds=0 mm	0,440	0,429	0,168	1,405	1,323	0,590
	ds=0,3mm	0,349	0,333	0,182	1,619	1,577	0,623
	ds=0,6mm	0,271	0,228	0,190	1,813	1,753	0,672
	ds=1mm	0,191	0,143	0,188	2,035	1,932	0,143
w=25m	ds=0 mm	0,741	0,788	0,150	0,619	0,545	0,362
	ds=0,3mm	0,605	0,637	0,192	0,907	0,845	0,365
	ds=0,6mm	0,479	0,495	0,227	1,181	1,145	0,369
	ds=1mm	0,339	0,336	0,251	1,514	1,444	0,401
w=100m	ds=0 mm	0,867	0,929	0,142	0,325	0,166	0,929
	ds=0,3mm	0,724	0,764	0,178	0,623	0,463	0,350
	ds=0,6mm	0,584	0,630	0,223	0,918	0,763	0,347
	ds=1mm	0,416	0,460	0,276	1,289	1,158	0,345

Tableau 12 : statistiques de coefficient de ruissellement et de pertes au ruissellement simulés à partir SWMM en fonction des paramètres ( ds et W ).

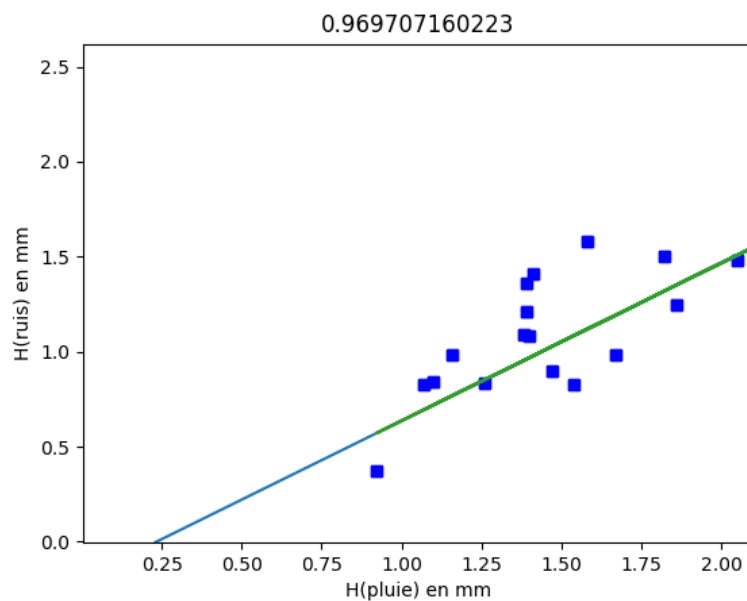


Figure 25: régression linéaire entre Hauteur de pluie et celle de ruissellement pour 39 événements à l'échelle de la voirie (zoom )

En général , on observe une grande variation de coefficient et perte au ruissellement d'un cas à l'autre , ce qui montre l'importance de ds et W pour bien modéliser un bassin dans SWMM. Des mauvais résultats sont obtenus avec W=5m pour toutes les valeurs de ds. La valeur de W=25m présente des résultats proches de ceux observés mais pour ds=0 donc une surface imperméable sans stockage de dépression . Le graphe de hauteur de ruissellement en fonction de hauteur de pluie (Figure 25) montre qu'en moyenne ce stockage initial doit être égale à 0,23mm (valeur de l'abscisse à l'origine de droite de régression ). Pour W=100m, les résultats sont proches des valeurs observées avec ds =0,3mm : CR= 72 % et perte 0,623 mm en termes de moyenne avec des valeurs observées de CR=75 % et perte 0,697 mm.

Avec des valeurs de W=100m et ds=0,23 mm comme paramètres de SWMM. , les résultats indiquent en terme de moyenne un coefficient de ruissellement de 75 % et des pertes au ruissellement de 0,55 mm ; la moitié des événements a des CR plus petit que 80 % , et des pertes au ruissellement inférieures à 0,393 mm (Tableau 13)

	moyenne	médiane	écart type
<b>CR(voirie)</b>			
observé	0,750	0,773	0,131
simulé	0,758	0,802	0,168
<b>perte (mm)</b>			
observé	0,697	0,648	0,499
simulé	0,553	0,393	0,350

Tableau 13 :caractéristiques de simulation du CR et des pertes au ruissellement à partir du modèle SWMM , échelle de la voirie

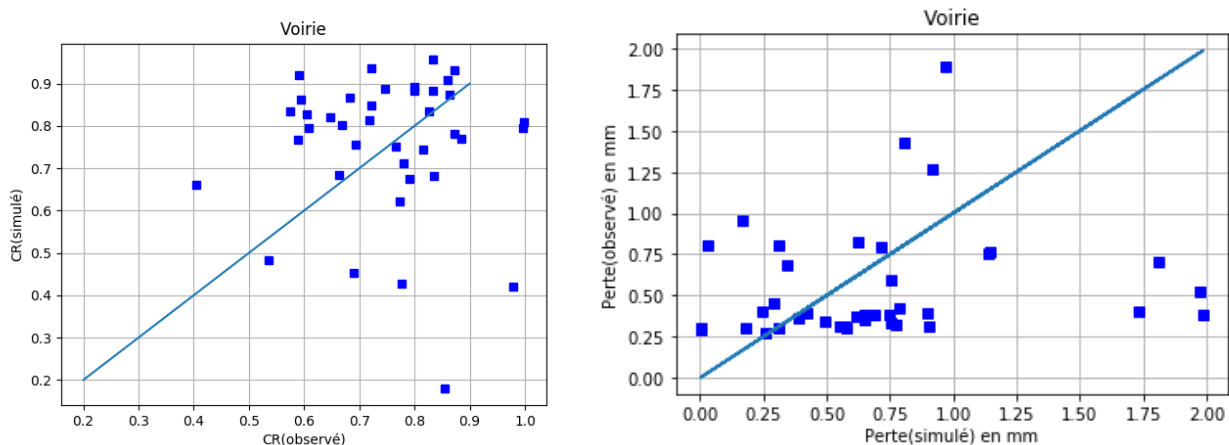


Figure 26: Nuages des points des CR et pertes au ruissellement observés et simulés à partir du modèle SWMM à l'échelle de la voirie

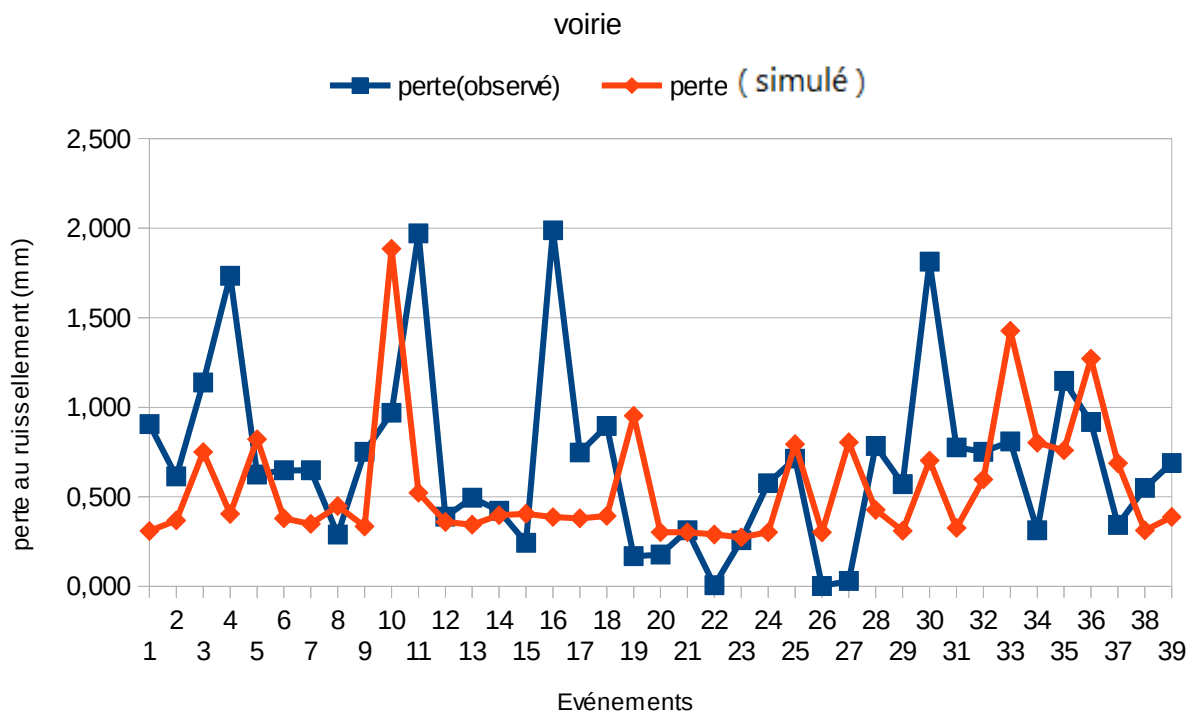
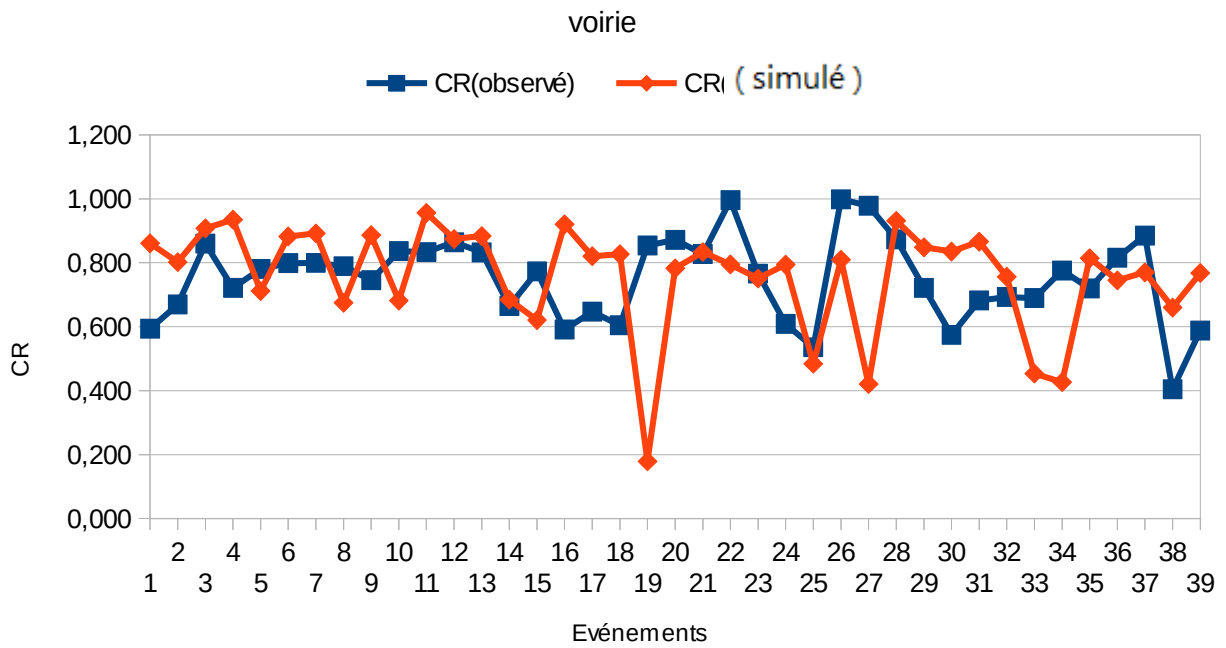


Figure 27 : variations de coefficients et de pertes au ruissellement observés et simulés par SWMM d'un événement à l'autre (échelle de la voirie)

## Bassin Versant

Le manque de donnée d'évaporation réduit les événements à l'échelle du bassin versant du 35 jusqu'à 13 événements. L'étude du bassin versant par le modèle SWMM se fait avec le même raisonnement qu'à l'échelle de voirie:

$ds = 0,32$  mm (figure 28)

$W = 570$  m (même sens de ruissellement qu'à l'échelle de la voirie )

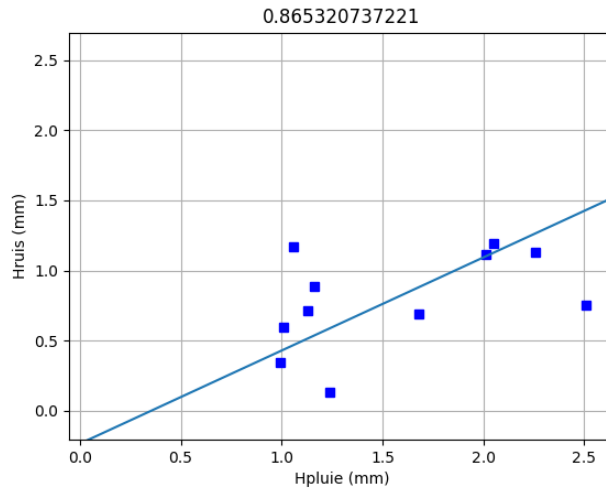


Figure 28: régression linéaire entre Hauteur de pluie et celle de ruissellement pour 13 événements à l'échelle du bassin versant (zoom )

L'étude montre en termes de moyenne un coefficient de ruissellement de 58% et des pertes au ruissellement de 0,72 mm ; la moitié des événements a des CR plus petits que 67% , et des pertes au ruissellement plus petits que 0,53 mm (Tableau 14).

	moyenne	médiane	écart type
<b>CR(BV)</b>			
observé	0,537	0,555	0,223
simulé	0,581	0,666	0,243
<b>perte (mm)</b>			
observé	0,945	0,894	0,617
simulé	0,716	0,525	0,448

Tableau 14: caractéristiques de simulation du CR et de pertes au ruissellement à partir du modèle SWMM , échelle du bassin versant

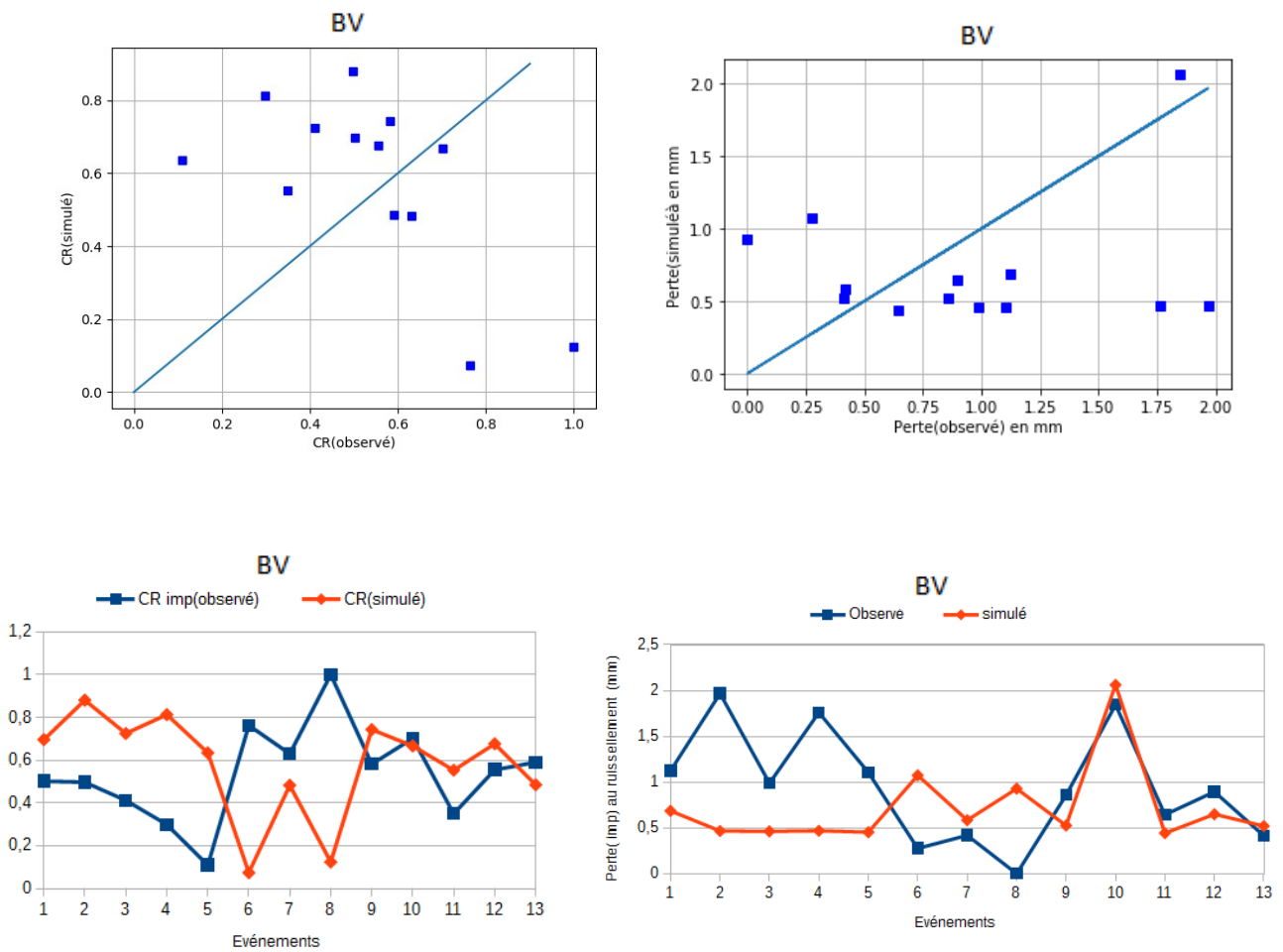


Figure 29 : nuages des points et graphes entre les CR et les pertes observés et simulés par SWMM à l'échelle du BV.

---

	perte	CR
<b>Voirie</b>	2,1%	0,1%
<b>BV</b>	2,5%	0,0%

---

Tableau 15 : coefficient de determination de pertes et de Coefficients de ruissellement aux deux échelles à partir de modèle SWMM

Les résultats montrent des corrélations réduites de pertes et de CR observés et simulés, et le modèle SWMM a du mal à reproduire les pertes de ruissellement aux deux échelles .

## D) . Modèle à base physique FullSWOF

### Principe de modèle

FullSWOF (Full Shallow Water equation for Overland Flow ) est un modèle à base physique de simulation de pluie-Ruissellement ( Delestre et al ,2014 ) qui utilise les équations de Saint Venant bidimensionnel ( bidimensionnel shallow water equation ) avec une résolution numérique par la méthode des éléments finis .

FullSWOF est un modèle événementiel , appliqué à une haute résolution topographique , il prend en compte la perte au ruissellement définie par le stockage initiale (dépression ) qui n'est pas être simulé directement par ce modèle par contre peut être considéré en modifiant les données de pluie ; par évaporation pour chaque événement comme des données extérieures , et par infiltration qui est représenté par le modèle Green et Ampt et il peut être simulé pour les surfaces imperméables en estimant les paramètres d'infiltration .

Le travail de Yi Hong (Yi Hong et al , 2016) a permis de simuler avec le modèle FullSWOF 6 événements présentant différentes caractéristiques à l'échelle de la voirie : ces événements ont une hauteur de pluie entre 2 et 7,4 mm , une intensité moyenne entre 0,80 et 2,9 mm/h , une durée entre 0,7 et 8 h, et une durée de temps sec entre 0,2 et 7,3 jours ( tableau 16 )

		Hauteur de pluie (mm)	intensité moyenne (mm/h)	intensité maximum (mm/h)	Durée (h)	Durée de temps sec (jours)
1	2014/10/06	5,9	1,73	8,37	3,42	7,3
2	2014/10/07	2	2,86	20	0,7	0,2
3	2014/11/14	7,4	2,1	8,57	3,5	7,1
4	2015/02/28	4,6	2,05	5	2,2	2
5	2015/04/02	2,6	1	8,57	2,6	3,3
6	2015/04/03	6,9	0,84	5,63	8,1	0,9

Tableau 16 : caractéristiques des événements pluvieux simulés avec le modèle FullSWOF

### Resultat :

L'application du modèle FullSWOF sur ces 6 événements par Yi Hong donne le volume d'eau ruissellé pendant chaque événement ; à partir de ce résultat , une comparaison des coefficients et des pertes au ruissellement entre observés et simulés est possible.

	moyenne	médiane	écart type
<b>CR(voirie)</b>			
observé	0,71	0,72	0,08
simulé	0,72	0,74	0,06
<b>perte (mm)</b>			
observé	1,37	1,44	0,66
simulé	1,37	1,4	0,65

Tableau 17 :caractéristiques des CR et pertes simulés avec le modèle FullSWOF

Le tableau 17 montre un coefficient de ruissellement moyenne observé de 71 % et simulé de 72 %, et des pertes au ruissellement moyenne de 1,37 mm ( pour le deux ). Les résultats avec FullSWOF sont donc intéressants et plutôt satisfaisants (Figure 30)..

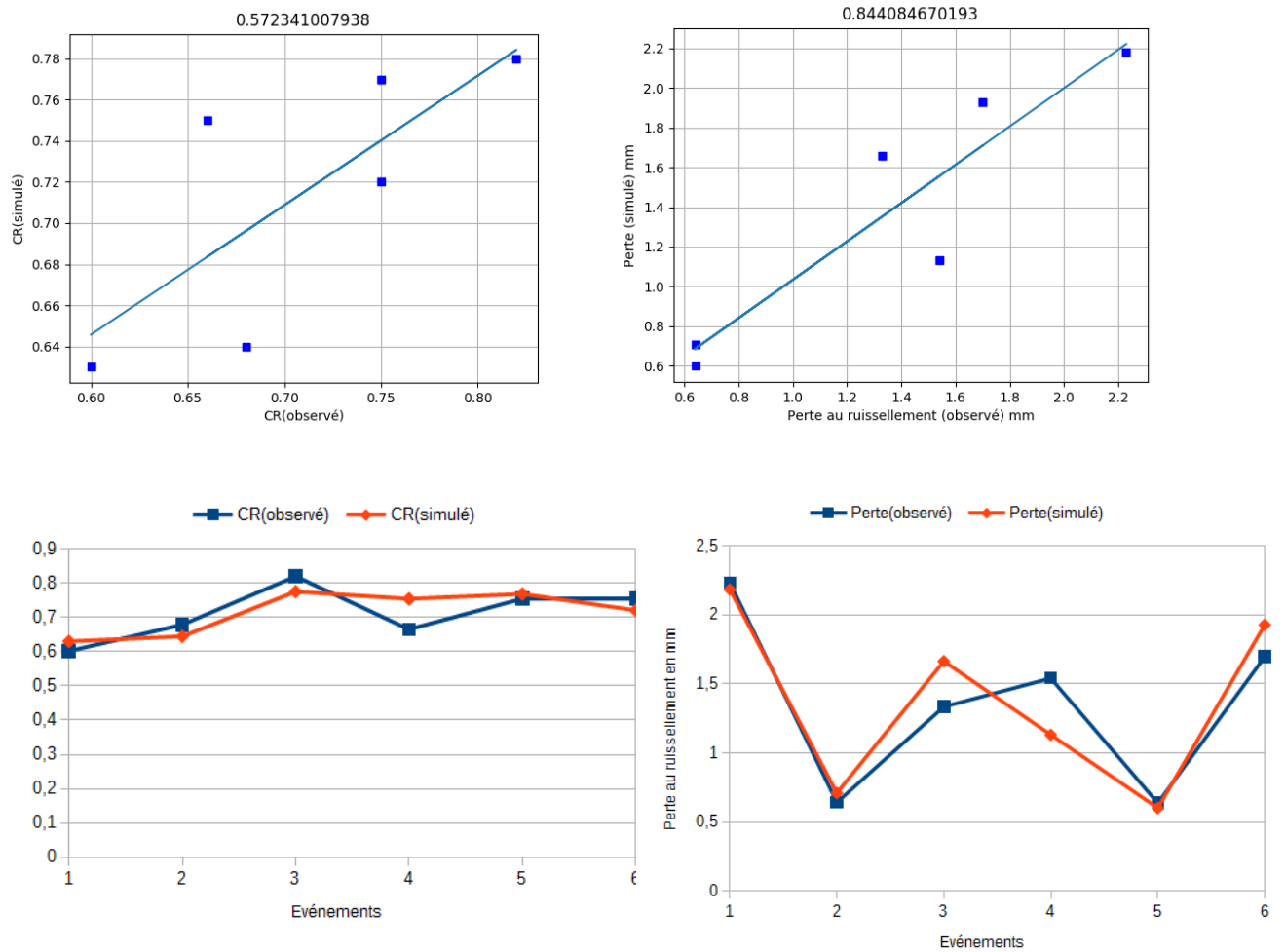


Figure 30 : nuages des points et graphes entre les CR et les pertes observés et simulés par FullSWOF .



## Comparaison avec le modèle SWMM

Une comparaison entre les deux modèles SWMM et FullSWOF est effectuée sur les deux paramètres CR, et perte au ruissellement, par le coefficient de détermination entre observés et simulés.

R <sup>2</sup>		perte	CR
	SWMM	2,1%	0,1%
FullSWOF	84,4%	57,2%	

Tableau 18 : coefficient de détermination de pertes et de Coefficients de ruissellement à l'échelle de la voirie pour les modèles SWMM et FullSWOF

Le modèle FullSWOF présente une capacité à reproduire le ruissellement bien meilleure que SWMM en fonctions des trois critères :

- les coefficients de déterminations sont de 84 % et 57 % avec FullSWOF, contre 2,1 % et 0,1 % avec SWMM (respectivement pour perte et coefficient de ruissellement), ce qui montre une bien meilleure corrélation entre observé et simulé à partir de FullSWOF.

## IV). **Prise en compte des incertitudes de mesures**

Ce paragraphe présente l'impact des incertitudes de mesure du ruissellement, dues aux erreurs de mesures sur la pluie et sur le débit, sur les productions de ruissellement calculées.

### **1. incertitude de mesure de la pluie**

La mesure de la hauteur des précipitations est effectuée à l'aide d'un pluviomètre à basculement, il a pour principe le suivant (Figure 31):

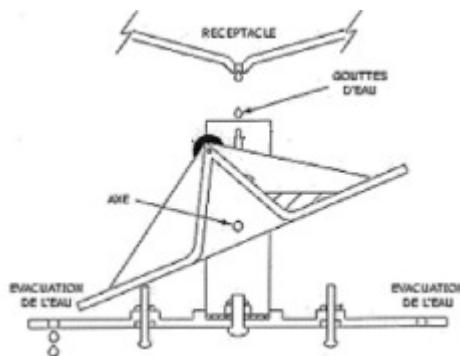


Figure 31 : principe de pluviomètre à basculement

L'eau précipitée est récoltée dans un cône réceptacle et dirigée au dessus d'un auget ; une fois l'auget plein, il bascule d'un côté puis l'eau s'évacue sous son poids. Une fois l'auget basculé, l'eau s'accumule sur l'autre partie de l'auget qui va basculer de l'autre côté quand il sera plein. Et ainsi de suite, sachant que chaque bascule envoie une impulsion électronique à l'ordinateur qui est comptabilisée.

Selon les constructeurs, la surface du réceptacle du pluviomètre est différente : le pluviomètre utilisé dans cette étude est de 1000 cm<sup>2</sup> de surface réceptacle et un auget plein représente 0,1 mm de pluie.

Le pluviomètre peut faire une erreur de mesure de 0,2mm à chaque événement dans le cas où au début l'auget est presque plein ou pas, et de même en fin d'événement. C'est cette erreur de 0,2mm par événement qui est prise en compte dans notre étude

## 2. incertitude de mesure de débit

La mesure de débit de ruissellement à l'exutoire de bassin se fait par le débitmètre .

Des tests effectués par le constructeur puis aussi dans le cadre du projet Trafipollu montre que le débitmètre peut faire une erreur maximum de 20 % sur le volume de ruissellement .

## 3. Résultats

Une étude de l'impact des incertitudes de mesure sur les CR est donc menée en faisant des hypothèses pour maximiser les erreurs. On obtient donc 2 valeurs de CR minimale et maximale pour chaque événement et pour chaque échelle en menant les calculs suivants :

$$CR(\min) = (H_{\text{ruis}} - 0,2 * H_{\text{ruis}}) / (H_{\text{pluie}} + 0,2)$$

$$CR(\max) = (H_{\text{ruis}} + 0,2 * H_{\text{ruis}}) / (H_{\text{pluie}} - 0,2)$$

	<i>CR(max) - CR(min)</i>		
	moyenne	médiane	écart type
<b>Voirie</b>	0,34	0,35	0,08
<b>BV</b>	0,28	0,28	0,11

Tableau 19 : caractéristiques de CR(max) - CR(min) pour deux échelles

Le tableau 19 montre les caractéristiques de la différence des CR maximum et minimum : la différence moyenne est de 34 % et 28 % respectivement à l'échelle de la voirie et du B\_V. La figure 32 représente la variabilité des CR observés avec les deux valeurs extrêmes à chaque événement et pour les deux échelles.

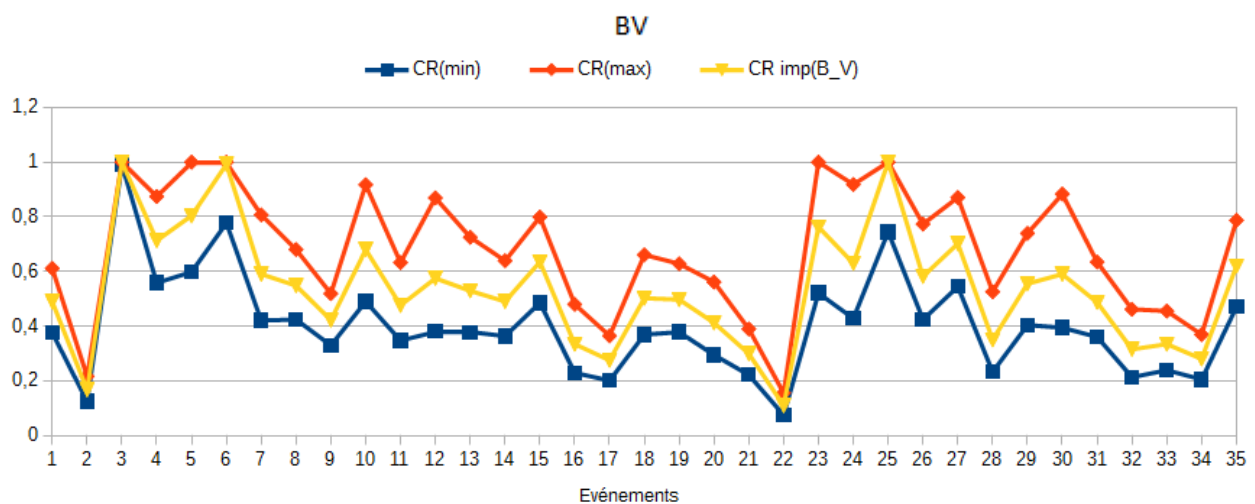
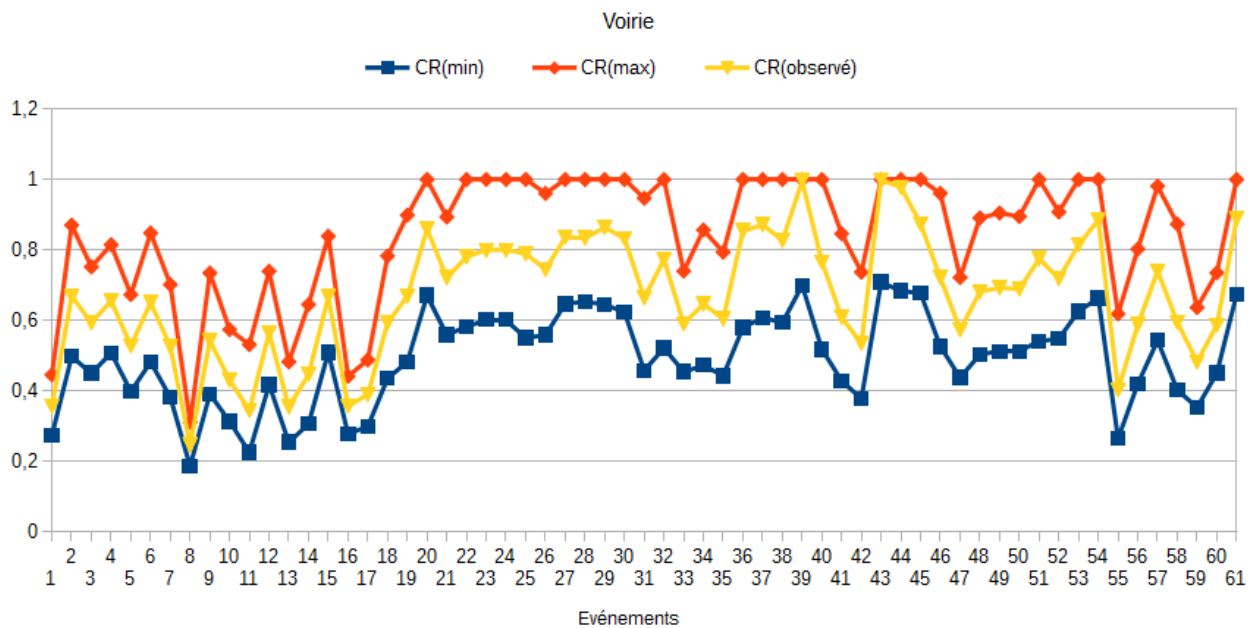


Figure 32 : variation du CR observé avec deux valeurs extrêmes liées aux incertitudes de mesure à chaque événement pour les deux échelles

L'incertitude de mesure du ruissellement lors des événements fréquents présente a priori une influence importante sur la variabilité des CR, ce qui peut jouer un rôle sur l'évaluation des modèles et sur la détermination de leurs performances et de leurs capacités à reproduire le ruissellement. La figure 33 présente pour les modèles FullSWOF et SWMM les intervalles des CR observés et les CR simulés à l'échelle de la voirie .

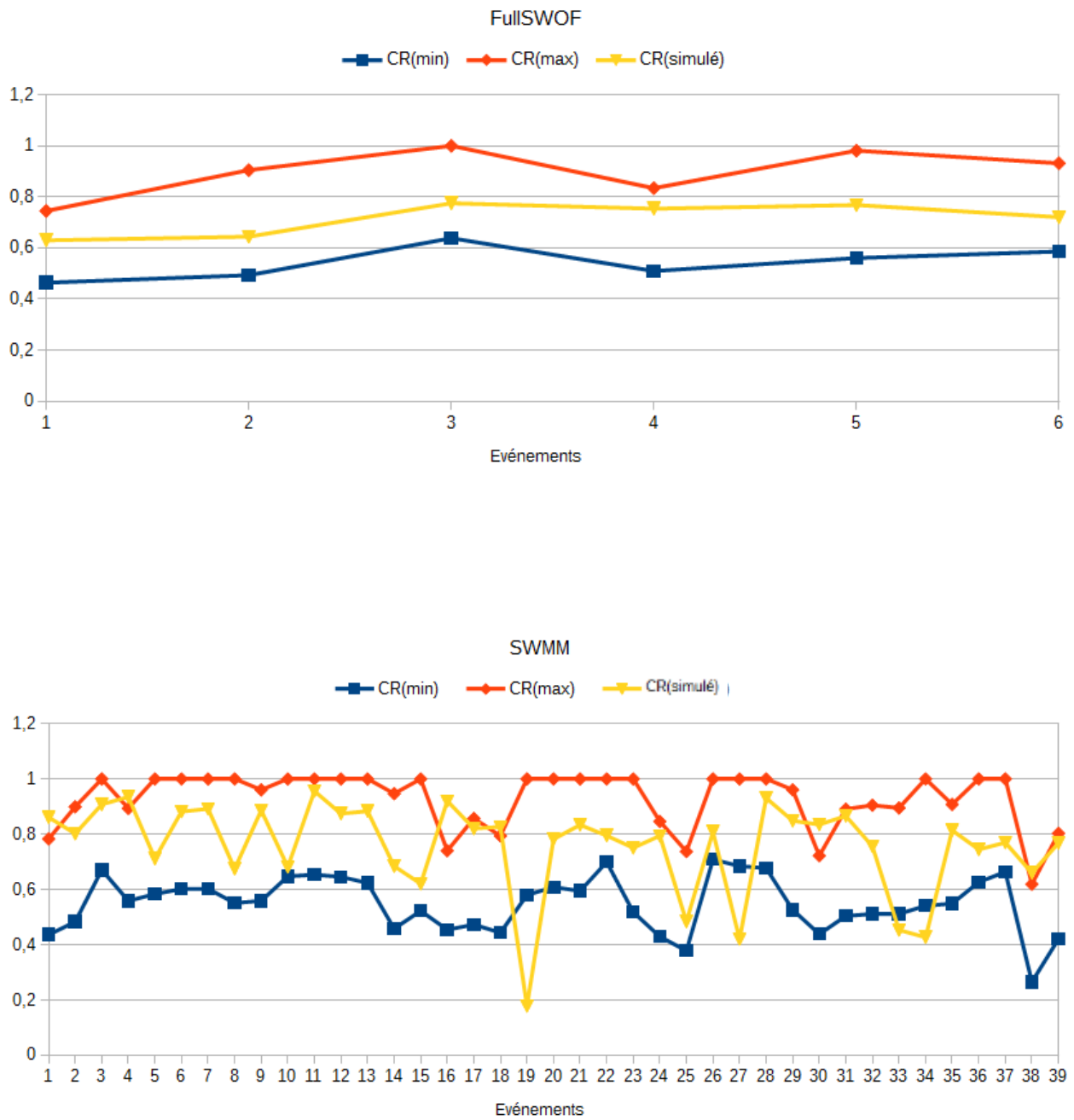


Figure 33: variation du CR simulé par FullSWOF et SWMM et du CR observé avec deux valeurs extrêmes dues à l'incertitude de mesure (à l'échelle de la voirie).

## V) . Conclusion

L'instrumentation à deux échelles spatiales de 2904 m<sup>2</sup> de voirie et 120 000 m<sup>2</sup> de bassin versant (avec un coefficient d'imperméabilisation de 52 %) ,avec des mesures de pluie et de débit , a permis d'étudier leurs ruissellements pendant 14 mois . 61 événements avec une hauteur supérieure à 1 mm ont été identifiées sur la voirie et 35 sur le bassin versant. Pour ces événements, le CR moyen est de 67 % ( voirie ) et 53 % ( BV ). En plus 26 événements communs ont été identifiés sur les deux échelles, avec un CR moyen de 59 % ( voirie ) et 54 % ( BV ), et 41 % de la variation des CR du bassin versant sont expliqués par les variations du CR de la voirie. Les pertes au ruissellement représentent donc 33 % et 47 % de la pluie, et en moyenne 0,98 mm et 1,21mm respectivement à l'échelle de la voirie et du bassin versant , et pour les événements communs , une forte cohérence entre deux échelles avec coefficient de détermination de 88 % .

Un modèle statistique basée sur la régression linéaire multiple s'avère incapable de reproduire les variations du CR. Un modèle simple de pertes est aussi utilisé, basé sur l'hypothèse que les pertes au ruissellement sont la somme de pertes initiales et de pertes continues :, après calage des pertes initiales en fonctions de la durée de temps sec de l'événement , les pertes continues obtenues ( $8,52 * 10^{-8}$  m/s voirie et  $8,92 * 10^{-8}$  m/s B\_V ) s'avèrent cohérentes entre les deux échelles, ce qui confirme l'idée de l'existence de pertes continues même sur des surfaces revêtues. La reconstitution des variations des CR montre que ce modèle est aussi incapable de bien reproduire le ruissellement.

Ensuite , un modèle usuel SWMM basé sur l'hypothèse que le bassin est supposé rectangulaire avec infiltration nulle sur les surfaces imperméables et en utilisant le modèle de réservoir non-linéaire pour calculer le ruissellement, montre des corrélations réduites de pertes et de CR observés et simulés, ce qui implique le modèle SWMM a du mal à reproduire les pertes de ruissellement aux deux échelles .

A l'échelle de la voirie , un modèle à base physique FullSWOF a été utilisé par Yi Hong , basé sur les équations de Saint Venant bidimensionnel , montre lui une bonne capacité d'explication de la production du ruissellement : les coefficients de détermination entre observés et simulés sont de 84 % pour les pertes au ruissellement et 57 % pour les CR.

Enfin, une étude d'incertitude de mesure de ruissellement due aux erreurs de mesure de pluie et de débit, montre une influence forte sur les variations de coefficient de ruissellement aux deux échelles, ce qui entraîne une influence sur l'évaluation des performances et des capacités des modèles à reproduire le ruissellement : à l'échelle de la voirie les coefficients de ruissellement des événements simulés à partir de FullSWOF sont tous dans les intervalles d'erreurs et sur les 39 événements simulés à partir de SWMM, 29 événements ont les coefficients de ruissellement dans les intervalles d'erreurs des mesures.

## Références

Berthier, E. ,1999. *Contribution à une modélisation hydrologiques à base physique en milieu urbain , élaboration du modèle et première évaluation* , thèse de doctorat . Institut National polytechnique de Grenoble ( 59p,201 )

Berthier , E. , Rodriguez , F. , Andrieu , H. , et Rainbault, G. ,2001 , *Les limites du schéma à pertes initiales et coefficient de ruissellement pour la simulation des événements pluvieux courants* , In Novatech , volume 2,869-876 , lyon

Berthier, E. , Andrieu , H. ,et Creutin , *the rôle of soil in the generation of urbain runoff : development and evaluation of 2 D model*

Berthier , E. , Andrieu , H. ang Rodriguzz , F , *the Rezé urbain catchment database* , water resources researsh , Vol 35 , NO. 6 , Pages 1915-1919 june 1999

David , R. , *Bilan hydriques des voiries urbains observation et modélisation* , 2005 , thèse doctorat diplôme délivré conjointement par l'École Centrales de Nantes et l'université de Nantes .

David , R. , *TRAFIPOLLU : MODELISATION MULTI-ECHELLES DE LA POLLUTION DUE AU TRAFIC DANS UN ENVIRONNEMENT URBAIN* , Livrable 1.1, *Choix dunsite expérimental*, V1 , Pages 7,9

E. Skouro-Plakali, A. Ichiba, P.-A. Versini, D. Schertzer (HM&Co, ENPC), *TRAFIPOLLU : MODELISATION MULTI-ECHELLES DE LA POLLUTION DUE AU TRAFIC DANS UN ENVIRONNEMENT URBAIN* , Livrable 2.3, *Résultats des dispersions dans l'air et transferts dans l'eau des polluants lies au trafic, à l'échelle d'un quartier*, V1 , Pages 8,9,10

Huber , W. ,znd R. E. , Dickinson , *Storm Water management model user manuel version 5*, EPA 600/3-88/001 a , OFF. Res. And DEV. , US environment Protection Agency , Athens, Ga, 1988

Hong , Y. , Bonhpmme , C. , Le , M. ,Chebbo , G. , *A New approach of monotoring and physically based modelling to investigate urbain wash off process on road catchment near Paris* , *Water research* 102 (2016 ) 96-108

Delestre , O. Cordier , S. , Darboux , F. , Du. , M , James , F. Loguerre , C. , Lucas , C. Planchor , O. , 2014 , *FullSWOF* , : a software for overland flow simulation In , Gourbesville , P , Cunge , J. ,Caignert , G. (EDS) , *Advances in hydroinformatics springer singapou* -221-231

Metcaff and Eddy , Inc , Unersivisity of Florida and water Resources engineers , Inc , *Storm Water management model , Vol I , II , III et IV* , EPA Report 11024 DOC 07/71 , 08/71 , 09/71 , 10/71 , US , Environmental protection Agency Wanshington D . ,C . , 1971

# Annexe:A

## SELECTION DES EVENEMENTS PLUVIEUX

La sélection des événements pluvieux se fait par la méthode de Ramier David coder sur le python. Elle s'appuie sur les mesures de la pluie et du débit et s'effectue en deux étapes:  
La première étape pour la sélection du début de l'événement ensuite la sélection de la fin de l'événement. Le principe de sélection est d'abord d'écrire puis les différents paramètres nécessaires à cette sélection présentés

### A-1. Principes de la sélection

#### i. sélection du débit de l'événement

Pour étudier le début de l'événement, la pluie est analysée au pas de temps  $\Delta T$  et un test effectuée sur l'intensité, si au cours d'un pas de temps l'intensité est supérieure à l'intensité seuil définie I-seuil alors le début de l'événement commence à ce pas de temps.

#### ii. sélection de la fin l'événement

Comme pour le début de l'événement un test effectuée pour chaque pas de temps sur l'intensité seuil, donc l'événement débute et dure tant que l'intensité de chaque pas supérieur à l'intensité seuil ou si la cumul de la hauteur de pluie, du dernière pas du temps jusqu'à la durée minimum entre deux événements consécutifs définie par Pdt-fin supérieure à une hauteur donnée H-fin ou au cours de l'événement un volume V1 de ruissellement est calculé, un volume V2 est ensuite calculé entre le dernière pas de temps jusqu'à Pdt-fin si V2 supérieur à V1 multiplié par fraction de débit total définie Frac(%).

Lorsque les événements sont identifiés seuls ceux dont la hauteur totale de pluie est supérieure au paramètre H-min - 0,1 (à cause de l'arrondi) sont conservés.

### A-2. Paramètres de la sélection

Six paramètres sont nécessaire pour le selection

#### **Echelle de la voirie**

I-seuil=1,5 mm/h

Pdt-fin=4 min

H-fin= 0,1 mm

Frac=1%

H-min=1 mm

$\Delta T=2$  min

#### **Echelle du bassin versant**

I-seuil=1,5 mm/h

Pdt-fin=12 min

H-fin= 0,1 mm

Frac=1%

H-min=1 mm

$\Delta T=2$  min



# Annexe B

## LA REGRESSION LINEAIRE MULTIPLE

Le principe de la régression linéaire multiple est présenté. cette méthode permet d'expliquer les variations et de reconstituer une variable à parti d'autres variables dites explicables .Le premier paragraphe explique le choix des variables explicatives .

### B.1 Objectif de la régression linéaire multiple

Le but de la régression linéaire multiple est pouvoir reconstituer une variable y, dite à expliquer à partir d'une serie de variable  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  où n est le nombre de variables, dites variable explicatives par l'intermédiaire d'une combinaison linéaire du type :

$$y_{i=1,2,3,\dots,p} = a + a_1 x_{i=1,2,3,\dots,p} + a_2 x_{i=1,2,3,\dots,p} + \dots + a_n x_{i=1,2,3,\dots,p} + \mathcal{E}_i$$

où p le nombre d'observation et  $\mathcal{E}_i$  est la residu. Sous forme matricielle cette équation s'écrit :

$$Y=AX +E$$

En posant  $Y^* = AX$  la matrice A sera recherchée de façon à ce que la matrice  $Y^*$  soit la plus proche de la matrice Y. Le critère des moindres carrés est utilisé ; la matrice A est alor obtenue pour que :  
 $\|y-y^*\| = E^2$  soit minimal

La solution est alors:

$$A=(X'X)^{-1} X'Y$$

Si les variables sont centrées et reduites , $C=X'X$  est la matrice des coefficients de corrélation entre les n variables prises deux à deux et  $D=X'Y$  est la matrice des coefficients de corrélation entre les variables explicatives et la variable à expliquer .

Lorque la reconstitution est effectuée, l'étude du coefficient de determination multiple  $R^2$  permet de tester la qualité de l'ajustement de la variable y par la variable reconstituée  $y^*$ .

$$R^2 = \frac{(\sigma_y^2 - \sigma_{\mathcal{E}}^2)}{\sigma_y^2}$$

avec  $\sigma_y$  l'écart type de y et  $\sigma_{\mathcal{E}}$  l'écart type du résidu.

### B.2 La méthode de sélection des variables les plus explicatives

La méthode de sélection des varaibles les plus significatives consiste à ajouter les variables qui font augmenter le plus le coefficient de determination  $R^2$  . La sélection des variables se fait à partir des coefficients de corrélation partielle . Si q variables explicatives  $x_1, \dots, x_q$  ont déjà été sélectionnées, un test se fait parmi les variables explicatives restantes , on sélectionne la variable qui fait augmenter le coefficient de determination  $R^2$  avec la variable  $x_q$  , ensuite un nouveau test effectuée sur les variables restantes .

### **B.3 Remarques**

L'utilisation de la régression linéaire multiple est limitée par un certain nombre d'hypothèse. Les variables doivent suivre une loi de distribution normale ce qui n'est pas toujours vrai pour les variables utilisées dans se travail. De plus, les résultats obtenus sont conditionnés par le choix de critère des moindres carrés et par la méthode de sélection des variables .