

OPUR : Observatoire des Polluants Urbains en Île de France

Thème 6 : Processus en réseau d'assainissement

Action 6.1 : Stratégies d'échantillonnage des flux polluants et incertitudes associées

FAISABILITE ET INTERET D'UNE STRATEGIE DE PRELEVEMENT PILOTEE PAR UNE MESURE EN CONTINU DE TURBIDITE

**APPLICATION AU CAS D'UN CONTROLE DE CONFORMITE A UNE
PRESCRIPTION DE CONCENTRATION MAXIMUM**

*Rapport final
Date 27 mai 2016*

C. JOANNIS (IFSTTAR), A. HANNOUCHE (LEESU), A. G. CHEBBO (LEESU)
Projet ANR ECOTECH MENTOR



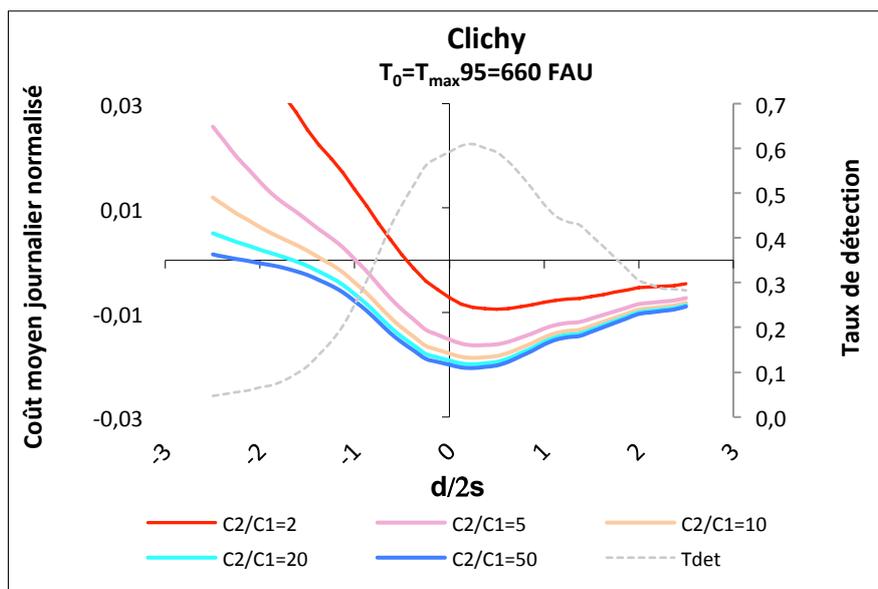
FAISABILITE ET INTERET D'UNE STRATEGIE DE PRELEVEMENT PILOTEE PAR UNE MESURE EN CONTINU DE TURBIDITE

CAS D'UN CONTROLE DE CONFORMITE A UNE PRESCRIPTION DE CONCENTRATION MAXIMUM

Le suivi de la qualité des effluents est une opération délicate du fait du nombre de paramètres pouvant décrire cette qualité et de leur grande variabilité dans le temps. L'utilisation conjointe d'une mesure en continu d'un paramètre global de pollution (conductivité, turbidité...) et de prélèvements soumis à des analyses spécifiques semble une voie prometteuse pour tirer le meilleur parti de chaque méthode de suivi. Cette voie a été explorée dans le cadre du projet ANR MENTOR piloté par l'IFSTTAR, et plus particulièrement du contrat post-doctoral effectué par Ali Hannouche au LEESU.

L'intérêt potentiel d'une telle combinaison dépend étroitement des objectifs du suivi. Nous avons donc cherché à l'évaluer en mettant en oeuvre ce type de stratégie pour une application de contrôle de conformité de la qualité d'un effluent, par rapport à une prescription exprimée comme une valeur maximum de concentration à ne pas dépasser. Après avoir formalisé le problème et identifié les différentes situations possibles et les coûts associés, des simulations ont été réalisées sur des enregistrements de turbidité issus d'un site unitaire et d'un site séparatif pluvial suivis dans le cadre du SOERE URBIS. Dans un premier temps des chroniques de concentration ont été générées à partir de ces enregistrements et des relations turbidité-MES propres à chaque site, en prenant en compte des incertitudes. Dans un deuxième temps, deux stratégies de contrôle ont été simulées sur ces chroniques de concentration. L'une est une stratégie de prélèvement aléatoire, et l'autre une stratégie pilotée par la mesure de turbidité, pour laquelle on peut optimiser le seuil de turbidité déclenchant le prélèvement. Les deux stratégies ont été comparées sur chaque site, pour différentes hypothèses concernant les seuils de prescription et les coûts et bénéfices. Les résultats montrent nettement l'intérêt du pilotage des prélèvements par la turbidité, mais ils sont très dépendants des stratégies testées qui pour l'instant constituent des cas d'école. Le principal intérêt du travail réalisé est d'avoir permis la formalisation du problème et la mise au point d'une méthodologie. Ce type d'étude peut désormais être étendue à d'autres stratégies de contrôle, d'autres définitions de prescription, d'autres séries de données, et moyennant quelques aménagements des critères d'évaluation, à d'autres objectifs de contrôle.

Exemple de variation du coût global moyen journalier d'une stratégie de prélèvement pilotée par la turbidité simulée à partir d'enregistrements réalisés sur un site séparatif pluvial. Le seuil de prescription est ajusté pour être dépassé 5% du temps.



C_1 coût d'une analyse

C_2 pénalité perçue pour un résultat de contrôle non conforme

δ décalage du seuil de prélèvement par rapport au seuil de prescription

A. OBJECTIF	7
B. STRATEGIES DE CONTROLE et COÛTS ASSOCIES	7
B.1. Situations possibles.....	7
B.2. Coûts et bénéfices associés aux différentes situations.....	9
B.3. Fonctions critères	11
C. OPTIMISATION et EVALUATION	13
C.1. Enjeux de l'optimisation	13
C.2. Méthode d'optimisation et de comparaison de stratégies.....	16
C.3. Données utilisées	16
C.4. Gamme de paramètres testées.....	18
D. RESULTATS ET DISCUSSIONS	19
D.1. Fréquence de dépassement de la prescription	19
D.2. Nombre de simulations n nécessaires pour évaluer les coûts des stratégies	20
D.3. Stratégie pilotée par la turbidité	21
D.3.1 Composantes des coûts	21
D.3.2 Optimum du coût global	24
D.4. Performances des stratégies non pilotées	27
D.5. Comparaison des coûts entre une stratégie optimisée et une stratégie aléatoire ou systématique.....	30
E. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	31

Notations

A	stratégie de prélèvement pilotée par une mesure en continu de turbidité
B	stratégie de prélèvement de référence aléatoire ou à heure fixe
[C]	concentration
[C ₀]	prescription de concentration à ne pas dépasser
[C(t)]	concentration à l'instant t
C	
C	coût
C ₀	coût fixe d'exploitation du préleveur, hors coût de prélèvement
C' ₀	surcoût fixe d'exploitation du turbidimètre en cas de suivi en continu,
C ₁	coût unitaire de prélèvement et de l'analyse lorsqu'un prélèvement est réalisé
C ₂	montant de la pénalité lorsqu'un dépassement de prescription est détecté par un prélèvement
C _e	coût environnemental induit par un dépassement de la prescription
C _X ^C	coût moyen journalier supporté par le service de contrôle pour la stratégie X (§B.3)
C _X ^G	coût global moyen journalier pour la stratégie X (§B.3)
C _X ^I G	coût autofinancable moyen journalier pour la stratégie X (§B.3)
DP	
DP	dépassement de prescription (§B.3)
FN	faux négatif (§B.1)
FN _{AP}	faux négatif avec prélèvement (§B.1)
FN _{SP}	faux négatif sans prélèvement (§B.1)
VN	vrai négatif (§B.1)
VP	vrai positif (§B.1)
P _t	prélèvement (§B.1)
RP	résultat positif (§B.3)
P(X)	probabilité de l'événement X (X ∈ [DP ; FN ; FN _{AP} ; FN _{SP} ; VN ; VP ; P _t ; RP])
T ₀	
T ₀	valeur de turbidité correspondant à la prescription C ₀
T _{det}	Taux de détection (§B.3)
t _p	instant d'un prélèvement
T ₀	valeur de turbidité correspondant à la prescription C ₀
T _s	seuil de turbidité provoquant un prélèvement
δ	
δ	écart entre T _s et T ₀
δ ₀	valeur de δ donnant un taux de détection maximum
δ _{opt}	valeur de δ optimisée pour minimiser un coût
σ	écart-type de prédiction d'une relations MES=f(turbidité)

FAISABILITE ET INTERET D'UNE STRATEGIE DE PRELEVEMENT PILOTEE PAR UNE MESURE EN CONTINU DE TURBIDITE

APPLICATION A L'OPTIMISATION D'UN CONTROLE DE LA CONFORMITE D'UN EFFLUENT A UNE PRESCRIPTION DE CONCENTRATION MAXIMUM

A. OBJECTIF

L'objectif de cette étude est d'évaluer la possibilité et l'intérêt de l'utilisation d'une mesure en continu d'un paramètre global, en l'occurrence de turbidité, pour piloter un préleveur et obtenir des analyses ciblées sur des périodes « intéressantes ». La notion de période intéressante dépend bien sûr de l'objectif des prélèvements et l'étude sera réalisée pour une application particulière, traitée à titre d'exemple : le contrôle du respect d'une prescription portant sur la concentration d'un rejet.

Le respect de cette prescription ne peut être évalué qu'à partir d'un prélèvement soumis à analyses opposables à un tiers. On se propose d'optimiser les prélèvements en les déclenchant à partir d'une mesure approximative mais en continu et en temps réel de la concentration. L'optimisation aura pour objectif de détecter un maximum de non conformités avec un minimum de prélèvements. On comparera cette stratégie optimisée avec une stratégie de référence n'utilisant aucune information sur l'évolution en temps réel de la concentration.

B. STRATEGIES DE CONTROLE ET COÛTS ASSOCIES

Deux stratégies hypothétiques ont été imaginées pour mener à bien cette étude.

La stratégie de référence (Stratégie B) choisie est systématique : un prélèvement est déclenché tous les jours à heure fixe. On pourrait tester des fréquences différentes ou des variantes plus ou moins aléatoires (jour régulier/heure aléatoire, jour aléatoire/heure fixe, jour et heure aléatoires). Une stratégie de prélèvement quotidien à heure aléatoire a d'ailleurs été testée mais n'a pas donné de résultats fondamentalement différents de la stratégie systématique et les résultats ne seront pas présentés ici.

La stratégie pilotée par la turbidité (Stratégie A) effectue un prélèvement lorsque la turbidité dépasse pour la première fois dans une journée un seuil fixé T_s . Si ce seuil n'est pas atteint aucun prélèvement ne sera fait dans la journée. Cette stratégie est paramétrée par le seuil de prélèvement T_s que l'on cherchera à optimiser.

Pour les deux stratégies on limite donc à un le nombre maximum de contrôles (prélèvements) réalisés sur une journée.

B.1. Situations possibles

On recherche à évaluer l'aptitude des différentes stratégies à détecter pour chaque journée le dépassement éventuel d'une prescription caractérisée par un seuil de concentration $[C_0]$ (NB :

les concentrations sont notées entre crochets pour les distinguer des coûts). Le dépassement de la prescription pour un jour donné est défini théoriquement par la condition $\max ([C(t)]) > [C_0] \quad \forall t \in [0,1440]$ minutes pour une chronique de concentration définie au pas de temps d'une minute.

Les stratégies de contrôle ont quant à elles un critère de prélèvement, qui peut fournir dans une journée au maximum une analyse de concentration $[C(t_p)]$ réalisée à l'instant t_p . Cet instant ne correspond pas nécessairement à une période de dépassement de la prescription. Ce problème s'apparente à un problème de déclenchement d'alerte (en l'occurrence le prélèvement) par rapport à un risque (en l'occurrence la non-conformité à la prescription). Il peut être analysé à partir d'une table permettant d'identifier les différentes situations susceptibles en théorie de se produire pour une stratégie donnée.

Résultats de la stratégie de contrôle	Respect de la prescription $[C_0]$ pendant toute une journée	
	Oui : $\max ([C(t)]) < [C_0]$	Non : $\max ([C(t)]) > [C_0]$
Pas de prélèvement ou $[C(t_p)] < [C_0]$	Vrai Négatif	Faux Négatif
$[C(t_p)] > [C_0]$	Faux Positif (impossible)	Vrai Positif

Tableau 1 : Table des situations possibles établie par analogie avec un problème de déclenchement d'alerte

- Le vrai positif (VP) correspond à un dépassement de la prescription pendant une journée durant laquelle un prélèvement a été réalisé pendant la période de dépassement du seuil $[C_0]$, et a donc permis de détecter la non conformité.
- Le vrai négatif (VN) correspond à un respect de la prescription pendant une journée entière, où l'absence de prélèvement est donc justifiée .
- Le faux négatif (FN) correspond à un dépassement de la prescription pendant une journée durant laquelle aucun prélèvement n'a été réalisé pendant la période de dépassement.
- Le faux positif (FP) correspondrait à une situation où un prélèvement détecterait (à tort) un dépassement pendant une journée où la prescription a été intégralement respectée. Pour le problème considéré, les analyses sur prélèvement font foi. Il est donc impossible de détecter un dépassement de la prescription qui ne se serait pas produit, et il n'y a pas de faux positif.

Les termes « positif » ou « négatif » se réfèrent donc ici au résultat du contrôle si un prélèvement est réalisé : positif si $[C(t_p)] \geq [C_0]$; négatif si $[C(t_p)] < [C_0]$. En l'absence de prélèvement le résultat est considéré comme négatif

Les termes « vrai » ou « faux » correspondent à l'adéquation entre le résultat du contrôle et le respect effectif (ou non) de la prescription pendant toute une journée.

Pour des raisons de coût, il est pertinent de distinguer parmi les négatifs ceux qui le sont par absence de prélèvement (SP : sans prélèvement) de ceux pour lesquels un prélèvement a été réalisé, mais à un instant où $[C(t_p)] < [C_0]$ (AP :avec prélèvement).

Le tableau des cas possibles devient donc

Résultats de la stratégie de contrôle	Respect de la prescription $[C_0]$ pendant une journée	
	Oui : $Max ([C(t)]) < [C_0]$	Non : $Max ([C(t)]) > [C_0]$
Pas de prélèvement	VN _{SP}	FN _{SP}
$[C(t_p)] < [C_0]$	VN _{AP}	FN _{AP}
$[C(t_p)] > [C_0]$	impossible	VP

Tableau 2 : Table des situations possibles distinguant les absences de prélèvement des prélèvements donnant un résultat négatif

La figure ci-dessous illustre toutes les situations possibles dans le cas des prélèvements déclenchés par turbidité (stratégie A) pour plusieurs jours.

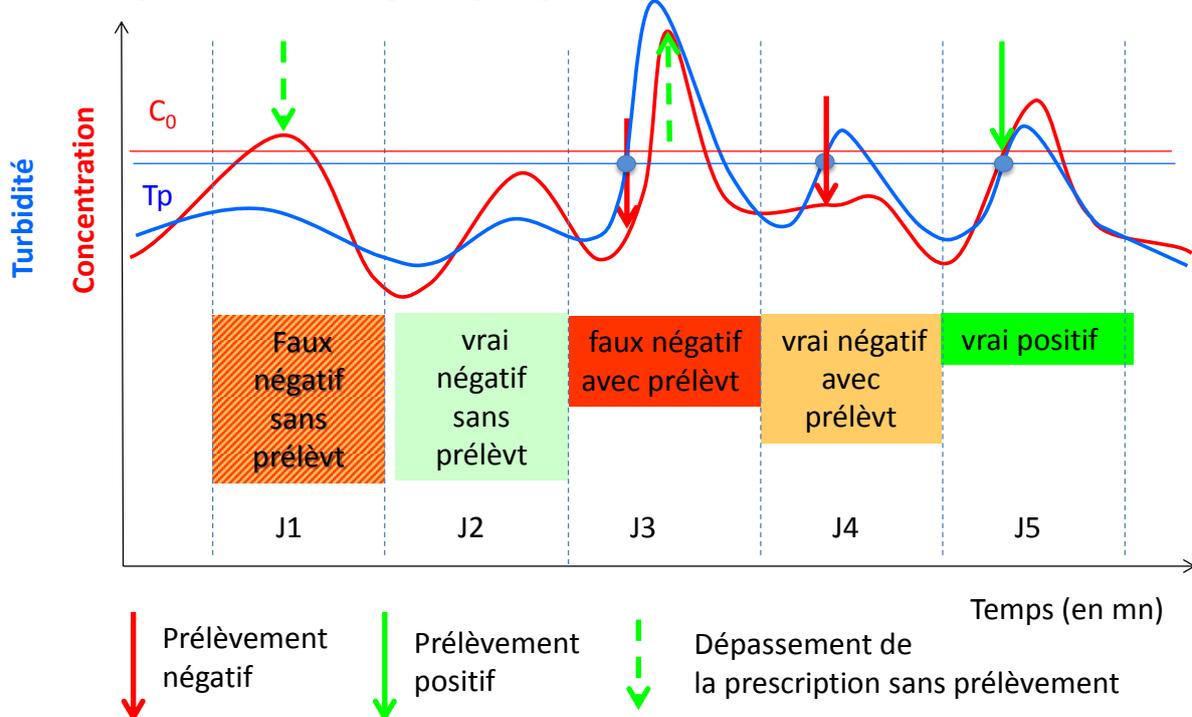


Figure 1 : Situations possibles dans le cas des prélèvements déclenchés par turbidité (stratégie A)

B.2. Coûts et bénéfices associés aux différentes situations

On se place ici du point de vue du service chargé du contrôle de la conformité du rejet. Pour évaluer et le cas échéant optimiser la stratégie de contrôle il lui faut définir une fonction critère qui intègre :

- le coût du contrôle
- le bénéfice de la détection des dépassements de la prescription
- le coût des dépassements non-détectés.

Le coût du contrôle est assez facile à évaluer. Il comprend :

- le coût fixe C_0 d'exploitation du préleveur, hors coût de prélèvement
- le surcoût fixe C'_0 d'exploitation du turbidimètre en cas de suivi en continu,

- le coût C_1 de prélèvement et de l'analyse lorsqu'un prélèvement est réalisé

Le *bénéfice de la détection* d'un dépassement de prescription peut dans un premier temps être évalué à partir du coût C_2 (pour le responsable du rejet) de la pénalité due à la suite d'une détection. Pour le service de contrôle cette pénalité sera considérée comme un bénéfice $- C_2$ car elle lui apporte une ressource qui lui permettra de financer le contrôle.

Dans une perspective plus globale il faudrait évaluer l'impact d'une détection de dépassement de prescription sur les pratiques du responsable du rejet et sur la qualité du milieu récepteur. On peut supposer que le montant de la pénalité est en relation avec les enjeux concernés (protection du milieu) dans une logique de « droit à polluer ». Dans ce cas la pénalité perçue par le service de contrôle permettrait de compenser les préjudices causés au milieu, mais la question du financement des contrôles ne serait pas résolue.

Les *dépassements non détectés* (FN_{SP}) n'ont pas de coût spécifique : pour le service de contrôle tous les jours sans prélèvement sont équivalents, que la prescription ait été respectée ou non, et pour l'environnement tous les rejets non conformes sont équivalents, qu'un prélèvement positif ait été réalisé ou non.

Cependant une différence apparaît si on traite globalement l'ensemble service de contrôle + environnement : un dépassement détecté permet en théorie d'utiliser la pénalité perçue pour compenser les préjudices subis par le milieu récepteur, ce qui n'est pas le cas en absence de détection.

Selon ces hypothèses, les coûts associés aux différentes situations sont les suivants (tableau X). Ils sont déclinés en deux versions. L'une est purement financière et récapitule les coûts et bénéfices pour le service de contrôle. L'autre calcule un coût global en intégrant le coût des préjudices environnementaux, dans l'hypothèse où la pénalité constituerait un dédommagement réaliste du préjudice causé au milieu par un rejet non conforme.

Type de stratégie	situation	Coûts pour le service de contrôle	Coûts environnementaux	Coûts globaux
Sans pilotage par la turbidité	VN_{AP}	C_0+C_1	0	C_0+C_1
	FN_{AP}	C_0+C_1	C_2	$C_0+C_1+C_2$
	VP	$C_0+C_1-C_2$	C_2	C_0+C_1
Avec pilotage par la turbidité	VN_{AP}	$C_0+C'_0+C_1$	0	$C_0+C'_0+C_1$
	FN_{AP}	$C_0+C'_0+C_1$	C_2	$C_0+C'_0+C_1+C_2$
	VP	$C_0+C'_0+C_1-C_2$	C_2	$C_0+C'_0+C_1$
	VN_{SP}	$C_0+C'_0$	0	$C_0+C'_0$
	FN_{SP}	$C_0+C'_0$	C_2	$C_0+C'_0+C_2$

Tableau 3 : coûts des différentes situations possibles dans l'hypothèse où la pénalité est équivalente aux coûts environnementaux d'un dépassement de prescription

On peut adapter ce raisonnement pour que la pénalité finance à la fois le contrôle et les coûts environnementaux. Dans ce cas les coûts environnementaux auraient une valeur C_e inférieure à C_2 . On désignera par « coûts globaux autofinçables » les coûts obtenus sous ces hypothèses.

Type de stratégie	situation	Coûts pour le service de contrôle	Coûts environnementaux	Coûts globaux autofinçables
Sans pilotage par la turbidité	VN_{AP}	C_0+C_1	0	C_0+C_1
	FN_{AP}	C_0+C_1	C_e	$C_0+C_1+C_e$
	VP	$C_0+C_1-C_2$	C_e	$C_0+C_1+C_e-C_2$
Avec pilotage par la turbidité	VN_{AP}	$C_0+C'_0+C_1$	0	$C_0+C'_0+C_1$
	FN_{AP}	$C_0+C'_0+C_1$	C_e	$C_0+C'_0+C_1+C_e$
	VP	$C_0+C'_0+C_1-C_2$	C_e	$C_0+C'_0+C_1+C_e-C_2$
	VN_{SP}	$C_0+C'_0$	0	$C_0+C'_0$
	FN_{SP}	$C_0+C'_0$	C_e	$C_0+C'_0+C_e$

Tableau 4 : coûts des différentes situations possibles dans l'hypothèse où la pénalité couvre les coûts environnementaux d'un dépassement de prescription et les coûts de contrôle

C_1 , C_2 et C_e sont par convention positifs et représentent des coûts pour le service de contrôle. - C_2 est négatif et représente donc un bénéfice.

C_0 et C'_0 sont fixes et n'interviennent pas dans l'optimisation de la stratégie pilotée par la mesure de turbidité. En revanche C'_0 doit être pris en compte dans la comparaison des stratégies. C_0 ne joue aucun rôle vis à vis des objectifs d'optimisation et de comparaison l'étude. Il intervient pour évaluer la capacité d'une stratégie de contrôle à s'autofinancer mais ce point ne sera pas développé dans la suite.

B.3. Fonctions critères

Des fonctions critères ont été définies d'une part pour comparer les deux stratégies et d'autre part optimiser la stratégie A. En effet la stratégie A dépend du paramètre t_p , seuil de turbidité déclenchant un prélèvement. Il y a autant de stratégies A que de valeurs de ce paramètre, et on peut imaginer que l'une est plus performante que les autres, au moins pour un site donné et une période donnée. On peut donc chercher à optimiser t_p par rapport à une fonction critère. En revanche la stratégie B n'a qu'un paramètre, l'heure de prélèvement. On a effectivement fait varier ce paramètre, mais il est apparu que la fonction critère utilisée n'était pas sensible à ce paramètre et les résultats ne seront pas présentés.

Si on dispose d'une chronique de mesure de concentrations, on peut estimer la probabilité qu'une situation soit observée un jour donné en rapportant le nombre de jours où cette situation est rencontrée au nombre de total des jours de la chronique considérée. En multipliant cette probabilité par le coût correspondant on obtient le coût moyen correspondant à une situation, et en sommant ces coûts pour toutes les situations possibles on obtient le coût

moyen journalier d'une stratégie donnée pour un paramétrage donné. Dans la suite ce critère sera appelé coût global.

Pour une stratégie de référence (systématique ou aléatoire) B le coût pour le service de contrôle est

$$C_B^C = C_0 + C_1 - C_2 \times P(VP) \quad \text{Eq. 1}$$

Le coût du contrôle est négatif si la probabilité d'obtenir un prélèvement positif est supérieure à $(C_0 + C_1 / C_2)$

Le coût global est égal à

$$C_B^G = C_0 + C_1 + C_2 \times P(FN_{AP}) = C_0 + C_1 + C_2 \times P(DP) \times (1 - T_{det}) = C_B^C + C_2 \times P(DP) \quad \text{Eq. 2}$$

où la probabilité $P(DP)$ de dépassement de la prescription un jour donné est définie par $P(DP) = P(VP) + P(FN_{AP})$ et le taux de détection T_{det} par $T_{det} = \frac{P(VP)}{P(DP)}$

Le coût global « autofinçable » est :

$$C_B'^G = C_0 + C_1 - C_2 \times P(VP) + C_e \times P(DP) = C_B^C + C_e \times P(DP) \quad \text{Eq. 3}$$

Pour la stratégie A le coût de contrôle est :

$$C_A^C = (C'_0 + C_0) + C_1 \times [P(VP) + P(FN_{AP}) + P(VN_{AP})] - C_2 \times P(VP) \quad \text{Eq. 4}$$

Le coût global est :

$$C_A^G = (C'_0 + C_0) + C_1 \times [P(VP) + P(FN_{AP}) + P(VN_{AP})] + C_2 \times [P(FN_{AP}) + P(FN_{SP})] \quad \text{Eq. 5}$$

$$C_A^G = (C'_0 + C_0) + C_1 \times P(P_t) + C_2 \times P(DP) (1 - T_{det}) = C_A^C + C_2 \times P(DP) \quad \text{Eq. 6}$$

Le coût global « autofinçable » est

$$C_A'^G = (C'_0 + C_0) + C_1 \times [P(VP) + P(FN_{AP}) + P(VN_{AP})] + C_e \times [P(VP) + P(FN_{AP}) + P(FN_{SP})] - C_2 \times P(VP) \quad \text{Eq. 7}$$

$$C_A'^G = C_A^C + C_e \times P(DP) \quad \text{Eq. 8}$$

Comme précédemment $P(DP)$ désigne la probabilité de dépassement de la prescription et T_{det} le taux de détection:

Le coût global C_A^G ne diffère du coût du contrôle C_A^C que du terme $C_2 \times P(DP)$ qui ne dépend pas du seuil de prélèvement t_p . De même Le coût global $C_A'^G$ ne diffère du coût du contrôle C_A^C que du terme $C_e \times P(DP)$. La valeur optimum de ce seuil ne dépend donc pas du critère choisi.

De plus

$$C_2 \times P(DP) = C_A^C - C_A^G = C_B^C - C_B^G \quad \text{Eq. 9}$$

donc :

$$C_A^C - C_B^C = C_A^G - C_B^G \quad \text{Eq. 10}$$

De même

$$C_A^C - C_B^C = C_A'^G - C_B'^G \quad \text{Eq. 11}$$

Les deux critères sont donc équivalents pour la comparaison des stratégies.

Dans la suite on utilisera le coût du contrôle pour l'optimisation de la stratégie A et la comparaison des stratégies A et B.

Ces coûts par C_2 pour faciliter les comparaisons entre différentes hypothèses de coûts unitaires.

$$\frac{C_B^C}{C_2} = \frac{C_0 + C_1}{C_2} - P(VP) \quad \text{Eq. 12}$$

$$\frac{C_A^C}{C_2} = \frac{(C_0' + C_0)}{C_2} + \frac{C_1}{C_2} \times [P(FN_{AP}) + P(VN_{AP}) + P(VP)] - P(DP) \times T_{\text{det}} \quad \text{Eq. 13}$$

$P(FN_{AP}) + P(VN_{AP}) + P(VP) = P(P_t)$: probabilité qu'un prélèvement soit déclenché un jour donné

Finalement :

$$\frac{C_A^C}{C_2} = \frac{(C_0' + C_0)}{C_2} + \frac{C_1}{C_2} \times P(P_t) - P(DP) \times T_{\text{det}} \quad \text{Eq. 14}$$

Malgré la formulation très particulière des situations possibles, on aboutit à un problème classique de maximisation d'un taux de détection (3eme terme de l'équation) en minimisant les coûts, représentés par la fréquence de prélèvement (2eme terme de l'équation).

C. OPTIMISATION et EVALUATION

C.1. Enjeux de l'optimisation

Pour chercher le seuil optimum de turbidité qui peut être utilisé par la stratégie A pour une prescription de concentration $[C_0]$ donnée, on minimise le coût total en fonction d'un seuil de turbidité T_s déclenchant un prélèvement. Pour faciliter les comparaisons entre différentes situations il est commode de définir T_s par un décalage δ par rapport à la valeur « nominale » T_0 correspondant à la prescription $[C_0]$: $T_0 = f^I([C_0])$ et $T_s = T_0 + \delta$ (δ peut être positif ou négatif). On recherche le décalage optimum δ_{opt} permettant de minimiser le coût global de A.

Dans l'équation 15

- la probabilité de prélèvement $P(P_t)$ varie en sens inverse de δ ,

- la probabilité de dépassement de la prescription $P(DP)$ est une caractéristique du rejet qui ne dépend pas de δ .
- le taux de détection T_{det} à des valeurs très faibles pour les valeurs très faibles ou très élevées de δ , et il passe vraisemblablement par un maximum pour une ou plusieurs valeurs intermédiaires

En effet, lorsque δ est négatif, le prélèvement sera souvent déclenché alors que $[C_0]$ n'est pas atteinte, et le taux de détection est pénalisé par le nombre de Faux Négatifs Avec Prélèvement. Lorsque δ est positif, le prélèvement, s'il est déclenché, correspondra souvent à des valeurs de $[C]$ supérieures à $[C_0]$: cela revient à retarder le prélèvement jusqu'à un seuil qui ne sera peut être jamais atteint, ce qui conduira à un Faux Négatif Sans Prélèvement

Pour minimiser le coût de contrôle de la stratégie A, on dérive l'équation 15

$$\frac{d\left(\frac{C_A}{C_2}\right)}{d\delta} = \frac{C_1}{C_2} \frac{dP(P_t)}{d\delta} - P(DP) \frac{dP(T_{det})}{d\delta} \quad \text{Eq. 15}$$

La valeur δ_{opt} qui minimise le coût correspondra à $P(DP) \frac{dP(T_{det})}{d\delta} = \frac{C_1}{C_2} \frac{dP_t}{d\delta}$ Eq. 16

Comme $\frac{dP(P_t)}{d\delta} < 0$, s'il existe une valeur δ_0 unique qui maximise T_{det} , δ_{opt} sera supérieur à δ_0 et d'autant plus proche de δ_0 que C_2 est grand par rapport à C_1 . De plus la courbe $\frac{C_A}{C_2} = f(\delta)$ sera vraisemblablement dissymétrique car les termes $\frac{dP(P_t)}{d\delta}$ et $-\frac{dP(T_{det})}{d\delta}$ auront le même signe pour $\delta < 0$ et des signes contraires pour $\delta > 0$

Tout ce qui précède est généralisable à de nombreuses t stratégies pilotées par un la détection du franchissement d'un seuil de turbidité: il pourrait s'agir de déclencher une série de prélèvements, éventuellement d'introduire une temporisation. Etudions maintenant les variations de T_{det} en fonction de δ pour le cas spécifique traité dans notre exemple, à savoir un prélèvement unique déclenché à l'instant où le dépassement d'un seuil de turbidité est détecté.

Notons que la valeur $\delta=0$, a priori proche de l'optimum, donne un taux de détection inférieur à 50%. Pour cela détaillons l'expression de T_{det} :

$$P(VP) = P(P_t \cap DP \cap RP) = P((P_t \cap DP) | RP) \times P(RP) = P(RP | P_t \cap DP) \times P(P_t \cap DP) \quad \text{Eq. 17}$$

où :

P_t désigne l'occurrence d'un prélèvement

DP désigne l'occurrence d'un dépassement de prescription

RP désigne l'occurrence d'un résultat positif lorsqu'un prélèvement est effectué

La probabilité $P(RP)$ ne dépend que de δ , et pas de $P(Pt \cap DP)$

donc $P(RP|Pt \cap DP) = P(RP)$

et $P(VP) = P(RP) \times P(Pt \cap DP) = P(RP) \times P(Pt|DP) \times P(DP)$

donc

Eq. 18

$$T_{\text{det}} = \frac{P(VP)}{P(DP)} = P(RP) \times P(Pt|DP)$$

$P(RP)$ varie dans le même sens que δ et il est de l'ordre de 0,5 pour δ voisin de zéro : du fait de la symétrie de la distribution des incertitudes autour de la relation $[C] = f(T)$, on a une chance sur deux de tirer une valeur de $[C] < [C_0]$ pour $T = T_0$.

La probabilité $P(Pt|DP)$ de faire un prélèvement un jour où la prescription est dépassée varie en sens inverse de δ : à chaque minute où la prescription C_0 est dépassée la probabilité d'un prélèvement est égale à $1 - P(RP)$, et la probabilité de non prélèvement est égale $P(RP)$ (cf Figure 2). Si la prescription est dépassée n minutes, la probabilité de prélèvement sera $1 - P(RP)^n$. Elle est bien sûr inférieure à 1, mais d'autant plus proche de 1 que la durée de dépassement de la prescription est grande. Plus la valeur de la prescription est basse, plus les durées de dépassement seront élevées, et plus la probabilité de prélèvement sera élevée, même pour des valeurs de δ relativement importantes.

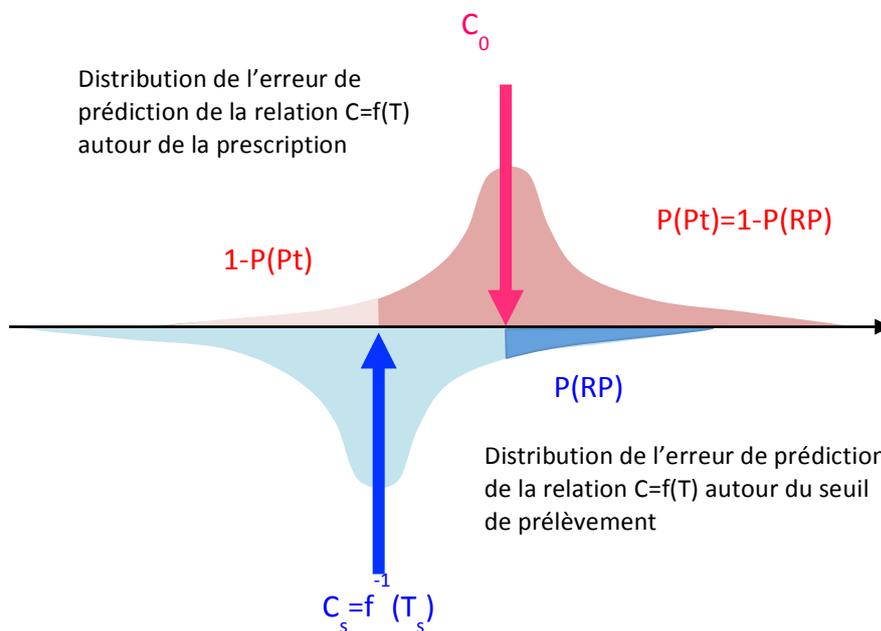


Figure 2: Symétrie des distributions de l'erreur de prédiction autour de la prescription et du seuil de prélèvement

En résumé la valeur de δ_0 qui maximise le taux de détection est probablement assez proche de zéro. Plus précisément elle est petite vis à vis de l'écart-type de prédiction de la relation turbidité-MES. Elle est probablement positive, surtout si le seuil de concentration $[C_0]$ est bas (c'est à dire dépassé fréquemment) car cela permet de limiter le risque de Faux Négatif Avec

Prélèvement, tout en gardant une probabilité de prélèvement relativement élevée, qui limite le risque de Faux Négatif Sans Prélèvement.

C.2. Méthode d'optimisation et de comparaison de stratégies

La méthode utilisée pour optimiser la stratégie A et comparer les stratégies A et B sur un site donné est basée sur une chronique de turbidité enregistrée ce site. A partir de cette chronique on réalise deux simulations.

La première permet de reconstituer des chroniques de concentrations réalistes, pouvant correspondre à la chronique de turbidité.

Un signal $[C(t)]$ de la concentration en MES est simulé à partir du signal $T(t)$ en tenant compte de l'erreur résiduelle $\varepsilon(t)$ impliquée par une relation Turbidité-MES linéaire $[C(t)] = f(t) = aT(t) + b$. Pour chaque valeur de $[C(t)]$, une erreur de prédiction $\varepsilon(t)$ est simulée, en supposant que la variance de l'erreur est constante et que les erreurs successives entre $C(t_i)$ et $C(t_{i+j})$ sont indépendantes.

Ce calcul est répété n fois à l'aide d'une simulation par Monte Carlo et génère n signaux $[C(t)]$. On obtient ainsi différentes chroniques de MES, que l'on concatène, et que l'on associe à la chronique de turbidité d'origine, elle-même concaténée n fois.

La deuxième simulation utilise la chronique de turbidité pour déclencher (virtuellement) des prélèvements, dont les résultats sont fournis par la chronique de concentration simulée. On simule donc l'application des stratégies de prélèvement (A, B systématique, B aléatoire) à la chronique de turbidité. Pour calculer les coûts correspondants à une stratégie donnée on assimile les différentes probabilités intervenant dans les équations 13 et 14 aux fréquences empiriques calculées sur l'ensemble des chroniques.

Pour chercher le seuil de turbidité optimum qui peut être utilisé par la stratégie A pour un seuil de concentration $[C_0]$ donné, on minimise le coût total en fonction du paramètre δ . La dérivation du coût du contrôle C_A^C par rapport à δ nécessiterait de connaître les dérivées de toutes les probabilités de situations listées dans le Tableau 2 en fonction de δ . Ces dérivées dépendent de la dynamique du signal de concentration au voisinage des instants de prélèvement et ne peuvent être évaluées qu'empiriquement, en simulant l'application d'une stratégie à une chronique donnée pour une prescription donnée, et en appliquant des variations de $d\delta$ aux voisinages de valeurs de d successives. Il est plus direct de calculer C_2 pour différentes valeurs de δ , et rechercher directement un minimum approché, sans passer par une évaluation de dérivées.

C.3. Données utilisées

La méthode décrite ci-dessus a été appliquée sur les signaux de turbidité acquis sur deux sites du SOERE URBIS, le site de Clichy à Paris (OPUR) et sur le site de Chassieu à Lyon (OTHU).. Le premier est un site desservi par un réseau d'assainissement unitaire dont la superficie est de 942 ha et le deuxième est desservi par un réseau d'assainissement séparatif pluviaux (surface= 185 ha). Les mesures de turbidité à Clichy ont été acquises au pas de temps de 1 minute en 2006 (en atténuation FAU) et celles sur le site de Chassieu au de temps de 2 minutes (en Néphélométrie FNU) entre 2004 et 2008. Les données ont été découpées en jours, ce qui représente : 343 jours (Temps sec et temps de pluie) à pas de 1 minute à Clichy

et 85 jours au pas de temps de 2 min ou 342 tranches de 6 heures au pas de temps de 8 min. Les simulations sur le site de Clichy ont été faites sur des tranches horaires de 6h pour avoir un nombre des chroniques suffisamment grand pour d'estimer par des fréquences empiriques les probabilités définies dans la section précédente. Cela revient à dilater dans le temps la dynamique du signal, avec un pas d'échantillonnage équivalent à 8 mn. La figure ci-dessous (Figure 3) illustre des journées observées sur chaque site. Les chroniques journalières sur le site de Clichy ont une composante journalière répétitive (temps sec) et une composante dépendante du temps de pluie ce qui correspond au caractère unitaire du site. Sur le site séparatif de Chassieu, il n'y a pas de composante périodique, d'autant plus que les données traitées sont limitées au temps de pluie.

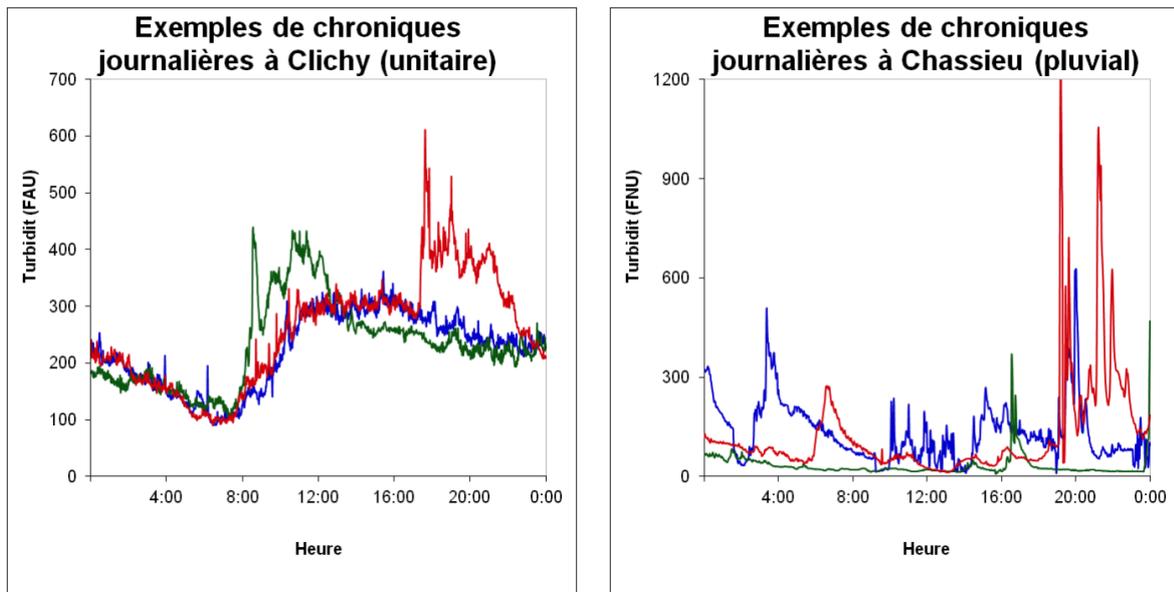


Figure 3: exemples d'enregistrement de turbidité sur les sites de Clichy et Chassieu

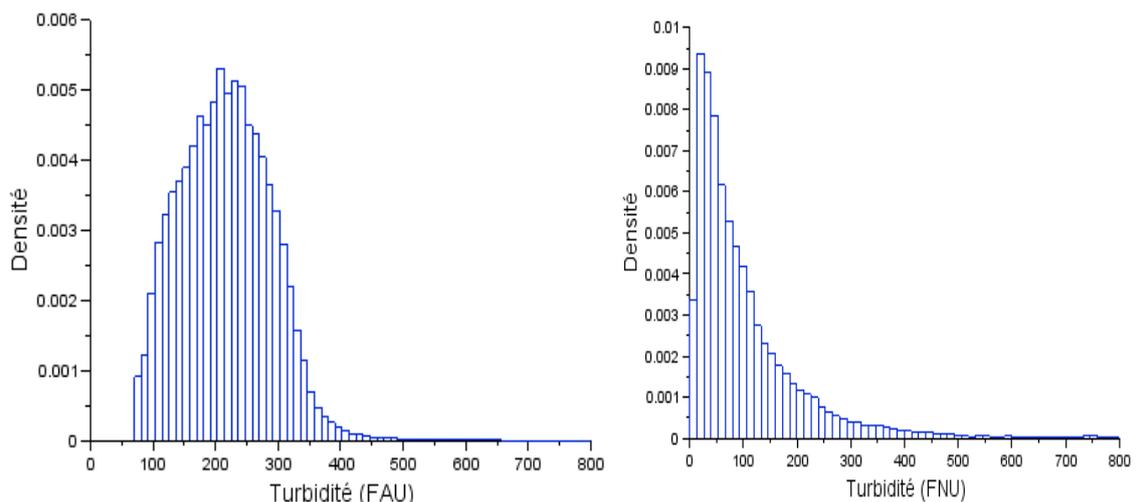


Figure 4: Distribution des turbidités instantanées sur le site de Clichy (à gauche) et de Chassieu (à droite)

Les distributions de turbidités instantanées sur chaque site sont illustrées ci-dessus (Figure 4). Elles montrent que la distribution des valeurs instantanées sur site de Chassieu est très dissymétrique, avec un mode correspondant à une valeur assez basse (~50 FNU ou 10 mg/L) et une grande dispersion vers les valeurs élevées, pouvant atteindre 750 FNU ou 900 mg/L.

Ce comportement est typique d'un site séparatif pluvial, et contraste avec celui du site unitaire de Clichy, où de nombreuses valeurs sont réparties symétriquement autour d'un mode voisin de 250 FAU et représente une gamme des concentrations courantes de temps sec comprise entre 100 et 350 FAU, avec un étalement de la distribution vers des valeurs plus élevées pouvant atteindre 650 FAU ou 600 mg/L.

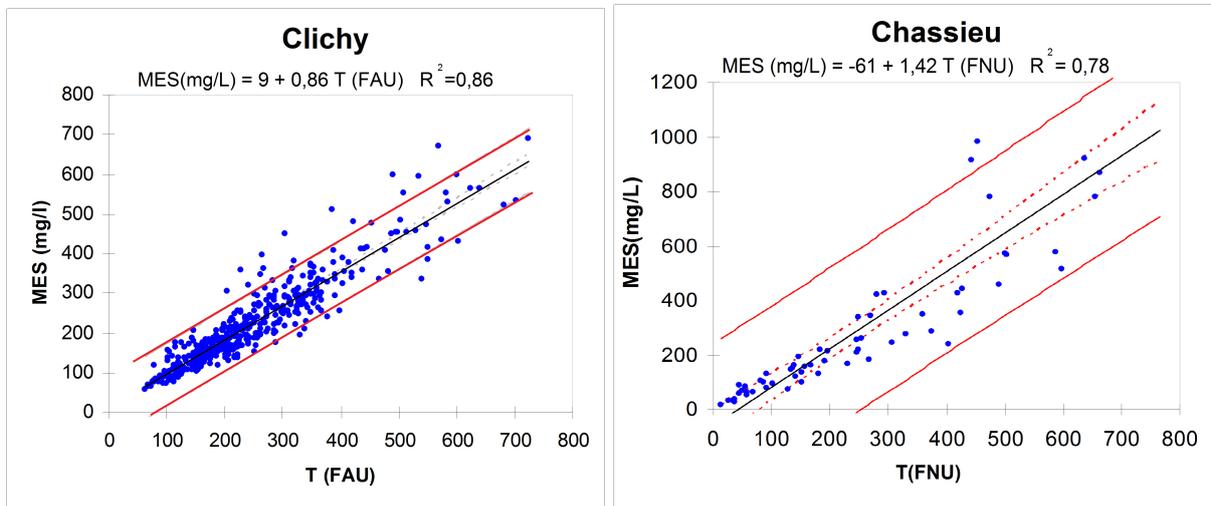


Figure 5 : relations turbidité- MES pour les deux sites et incertitudes de prédiction associées

Les relations MES-turbidité sont de nature différente en fonction du site étudié. Pour Clichy, il s'agit d'une relation générique de site unitaire, établie sur un site de l'ONEVU à Nantes pour des mesures de turbidité par atténuation. Pour Chassieu on a utilisé une relation spécifique de ce site, pour des mesures de turbidité par diffusion. La différence des unités de turbidité utilisées traduit cette différence de technologie. Dans les deux cas les relations turbidité-MES sont assez imprécises : de l'ordre de 80 mg/L (ce qui correspond à 90 FAU) en atténuation, et 300 mg/L (200 FNU) ou en diffusion. Cette incertitude inclut celle des analyses qui servent à établir les relations turbidité-MES, mais cela est parfaitement justifié, dans la mesure où le résultat d'analyse fait foi. Il s'agit donc de prévoir des résultats d'analyse et non des valeurs réelles de concentration.

C.4. Gamme de paramètres testés

Pour ce qui concerne les prescriptions, nous avons défini des seuils arbitraires, puisque les chroniques disponibles ne correspondaient pas à des rejets seuils à autorisation, pour lesquels on aurait pu appliquer des préconisations réelles. Pour que les résultats obtenus sur les deux sites puissent être comparés, nous avons définis des seuils correspondant à des fréquences de prélèvement équivalentes. Nous avons donc choisi 4 valeurs seuil sur chaque site correspondant aux percentiles 50, 80, 90 et 95 calculés à partir de la distribution de la turbidité maximale (journalière ou tranche de 6h).

La figure ci-dessous (*Figure 6*) illustre ces deux distributions et les percentiles choisis.

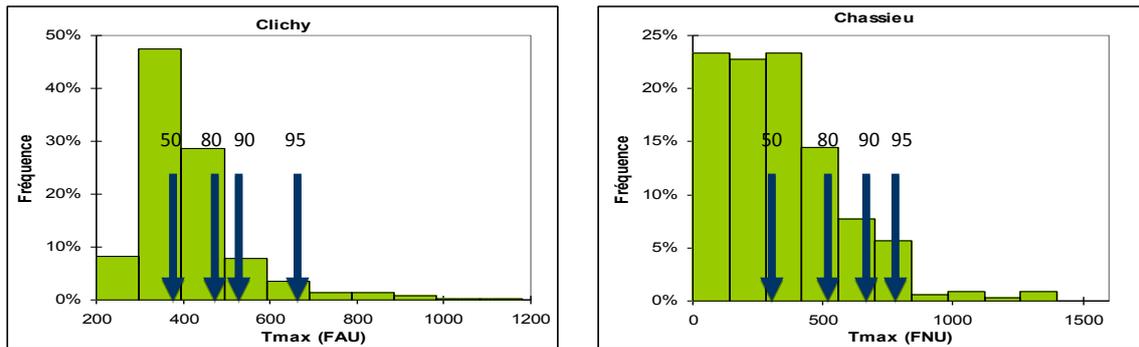


Figure 6: Distribution de Tmax journalière (Clichy) et de Tmax de Tranche de 6h (Chassieu) et les percentiles 50, 80, 90 et 95 correspondants

Les 4 valeurs de prescriptions retenues sur chaque site sont combinées avec 5 valeurs du rapport $\alpha = C_2/C_1$: 1, 2, 5, 10 et 50. Les valeurs basses ne sont pas réalistes mais permettent d’approcher la valeur minimum de α permettant l’existence d’un optimum. On calcule donc au maximum 20 valeurs de décalage optimum du seuil de prélèvement (δ_{opt}) pour un site donné. En réalité la simulation des concentration et des prélèvements n’est réalisé que pour 4 configurations correspondantes aux 4 valeurs de prescription, et fournissent les probabilités des différentes situations pour une prescription donnée, qui peuvent servir de base aux calculs de coûts pour n’importe quelle valeur de α .

Les étendues de variation de δ retenues pour l’étude de sensibilité des coûts et la recherche d’un optimum δ_{opt} , sont de -250 FAU ou -350 FNU à +250 FAU ou FNU, et sont parcourues avec un pas de 10 FAU ou 10 FNU. Ces gammes couvrent l’étendue de l’incertitude sur les conversion Turbidité-MES et ont été ajustées au vu des premiers résultats.

Concernant les coûts, C_1 a été fixé à 1 et C_2 à α . C_0 et C'_0 n’ont pas été pris en compte et fixés à 0.

D. RESULTATS ET DISCUSSIONS

D.1. Fréquence de dépassement de la prescription

Les valeurs de la concentration en MES correspondante sont données dans le tableau ci-dessous. Ce tableau fournit aussi les fréquences de dépassement calculés $P(DP)$ pour chaque seuil $[C_0]$ choisi.

% $T_{maxj} > T_0$	Clichy		Chassieu	
	T_0 FAU	F (DP)	T_0 FNU	F (DP)
50	380	92 %	300	93 %
20	490	38 %	510	36 %
10	530	20 %	680	15 %
5	660	5 %	770	10 %

Tableau 5 : Valeurs de prescription établies à partir de la distribution des turbidités sur chaque site et fréquence de dépassement correspondantes

On voit que la fréquence de dépassement de la prescription est souvent bien supérieure à la fréquence de dépassement de la valeur correspondante dans l’histogramme des valeurs mesurées. Ceci est dû au fait que les percentiles ont été identifiés sur la distribution des *turbidités* alors qu’il aurait été préférable de se baser sur la distribution des *concentrations*. En effet le tirage au hasard des concentrations associées aux turbidités génère systématiquement des maximums journaliers bien supérieurs aux valeurs des maximums de turbidités converties en concentration par la relation $C=f(T)$ comme on peut le voir sur la Figure 7.

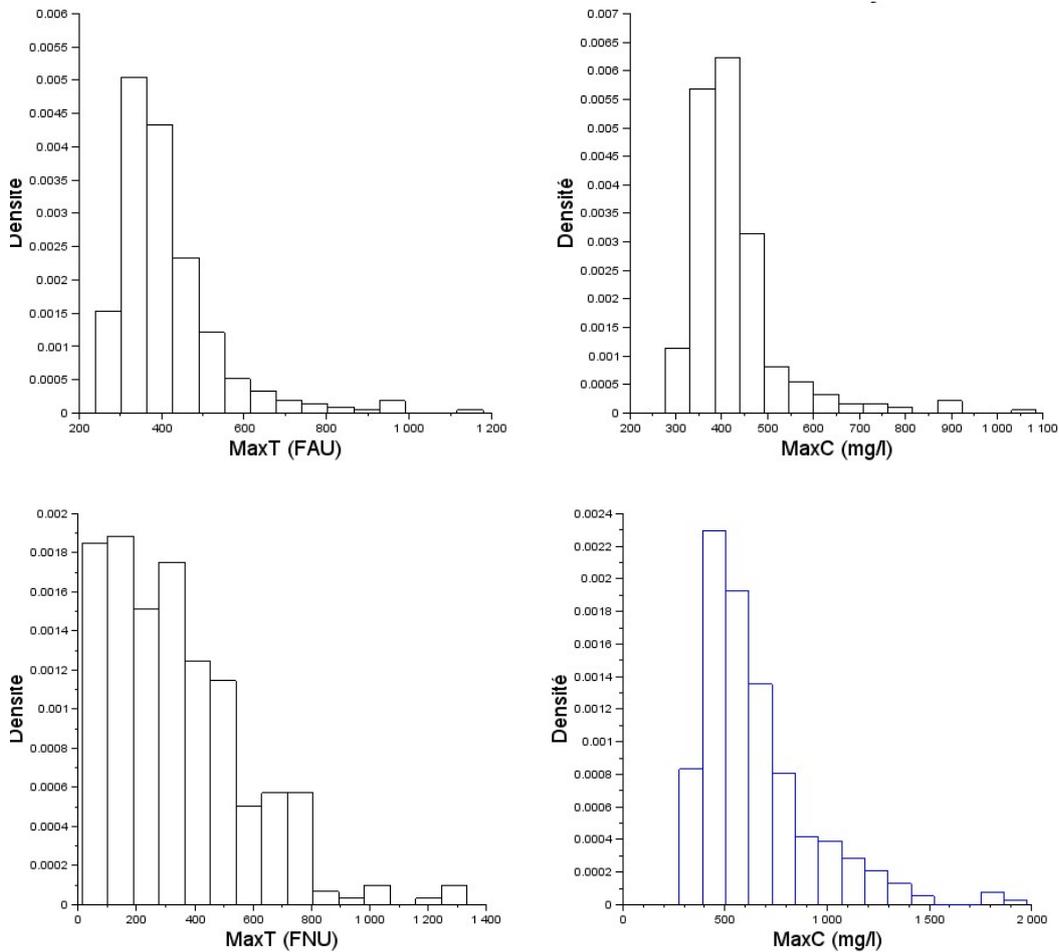


Figure 7: Distributions des maximums journaliers de turbidité et de concentration à Clichy (en haut) et Chassieu (en bas)

D.2. Nombre de simulations n nécessaires pour évaluer les coûts des stratégies

Dans un premier temps, nous avons appliqué la méthodologie décrite ci-dessus pour fixer le nombre de simulations n nécessaire pour de lisser l’effet aléatoire sur la probabilité de chaque situation. Les *Figure 8* et *Figure 9* illustrent les probabilités de VN_{AP} , FN_{AP} , VP , FN_{SP} et VN_{SP} en fonction de nombre de simulations n pour les chroniques de turbidité acquise à Clichy et à Chassieu pour quelques valeurs particulières de T_0 et δ . Les résultats montrent que pour $n=10$ simulations ces probabilités tendent vers des valeurs limites. Ces résultats ont été vérifiés pour plusieurs valeurs de T_0 (ou $[C_0]$ et δ . Nous avons donc utilisé $n = 10$ simulations pour les différentes valeurs δ testées pour chercher l’optimum du critère du coût total associé à la stratégie A. Ce résultat reste valable pour la stratégie classique B où un prélèvement est

déclenché tous les jours à heure variable. Les longues chroniques constituées par concaténation comportent donc 3430 jours sur Clichy et 3420 tranches horaires sur Chassieu.

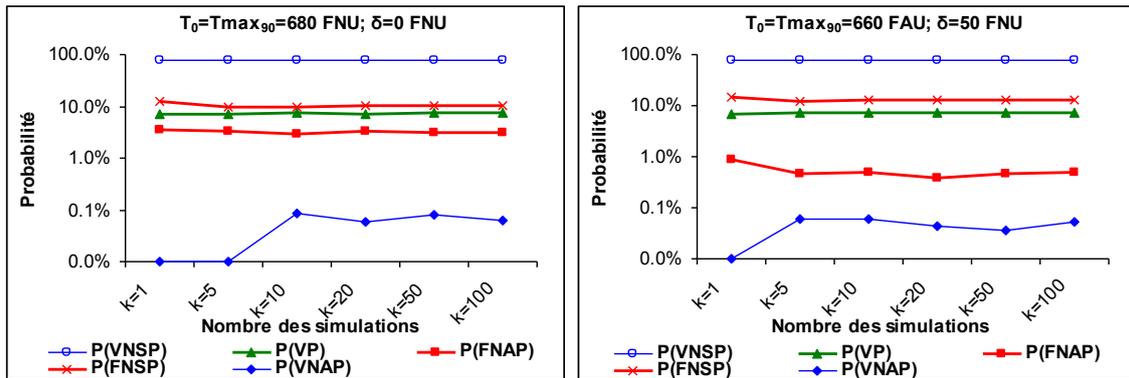


Figure 8 : Probabilités de VN_{AP} , FN_{AP} , VP , FN_{SP} et VN_{SP} au site de Clichy en fonction de nombre de simulations pour deux valeurs de δ choisies (0 et 50 FAU) et T_0 =centiles 90 de turbidité maximale dans le cas de la stratégie A ($C_0=530 \text{ mg/l}$)

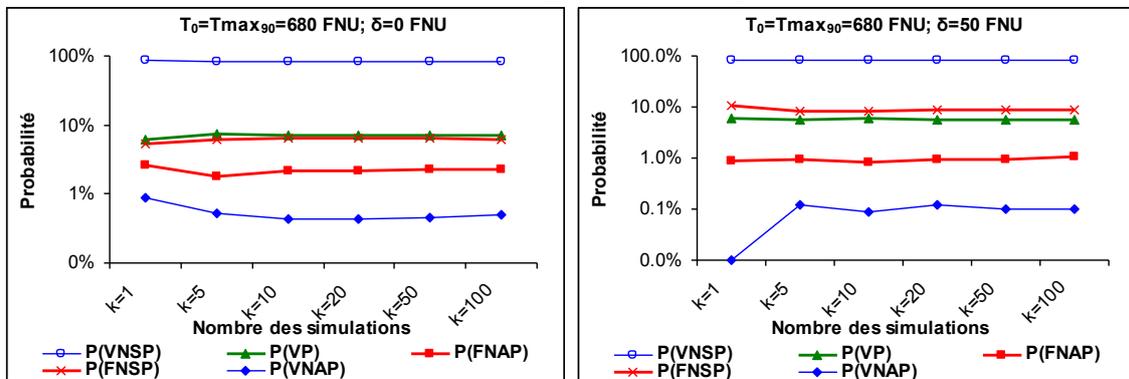


Figure 9 : Probabilités de VN_{AP} , FN_{AP} , VP , FN_{SP} et VN_{SP} au site de Chassieu en fonction de nombre de simulations pour deux valeurs de δ choisies (0 et -50 FNU) et T_0 = centiles 90 de turbidité maximale dans le cas de la stratégie A ($C_0=680 \text{ mg/l}$)

Par la suite il est apparu que même si les différentes probabilités variaient assez peu au-delà de durées de simulation de 10 ans, leurs combinaisons dans le calcul du coût de contrôle présentaient des variations aléatoires en fonction de δ , suffisantes pour rendre délicate la recherche d'un optimum. Pour y remédier tout en restant dans des gammes de temps de calcul raisonnable, nous avons augmenté le nombre de simulations, pour atteindre 50 ans sur Clichy et 100 ans sur Chassieu, et nous avons lissé les résultats par moyenne glissante centrée sur 5 valeurs consécutives de δ , soit une étendue de 50 FAU ou FNU. Pour les stratégies de référence on a utilisé 10 ans de simulation pour calculer les coûts.

D.3. Stratégie pilotée par la turbidité

D.3.1 Composantes des coûts

Comme le degré de liberté permettant une optimisation est dû à l'incertitude des relations turbidité-MES, il semble pertinent de normaliser les valeur de δ par l'intervalle de confiance 2σ de l'estimation des MES à partir de la turbidité, afin de faciliter les comparaisons entre les deux sites. La Figure 10 présente les valeurs de la probabilité de prélèvement $P(Pt)$ et du taux de détection T_{det} en fonction de $\delta/2\sigma$ pour les sites de Clichy et Chassieu.

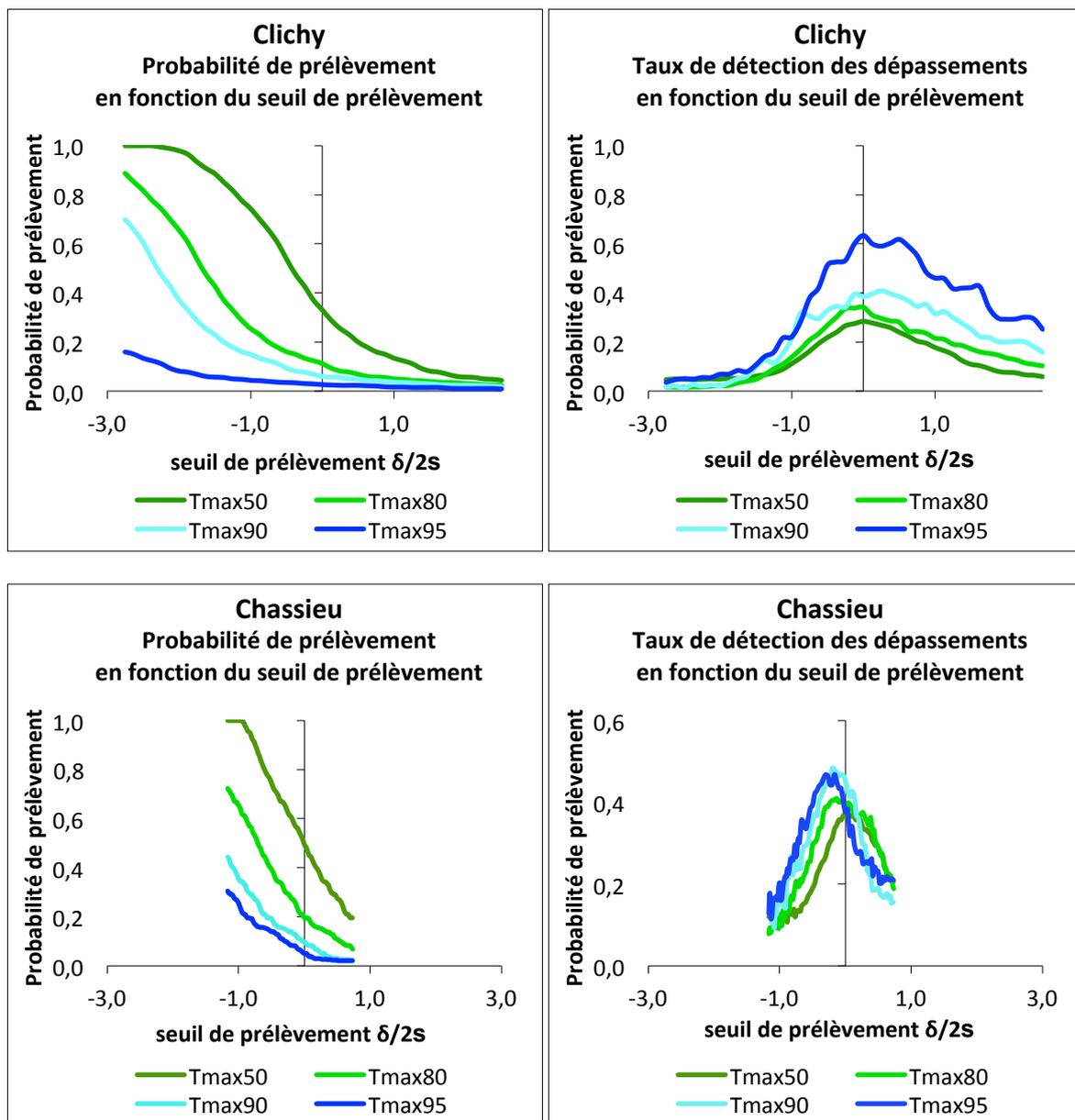


Figure 10 : Probabilités de prélèvement et taux de détection en fonction du seuil de prélèvement normalisé pour les deux sites étudiés

Comme prévu la probabilité de prélèvement pour un jour donné diminue lorsque le seuil de prescription augmente, et pour une prescription donnée, la probabilité de prélèvement diminue lorsque le seuil de prélèvement augmente. On n'obtient des probabilités de prélèvement proches de 1 que pour les prescriptions les plus basses conjuguées à des seuils de prélèvement inférieurs à $-\sigma$ pour Chassieu et -2σ pour Clichy.

Les taux de détection passent par un maximum unique pour toutes les configurations étudiées, avec des décalages $\delta_0/2\sigma$ variant de -13 à 23% zéro à Clichy, et de 3 à -23% à Chassieu. Ce maximum est en général inférieur à 50%, comme prévu au § C.1.

	Clichy		Chassieu	
%T>T ₀	$\delta_0/2\sigma$ optimum %	Taux de détection %	$\delta_0/2\sigma$ optimum %	Taux de détection %
50	3	37	0	27
80	-13	40	-13	33
90	-13	47	13	40
95	-23	46	25	61

Tableau 6 : seuils de prélèvement normalisés maximisant le taux de détection optimum pour les différentes valeurs de prescription

Pour Clichy le taux de détection atteint 60% pour la prescription la plus élevée, avec une valeur de $\delta_0/2\sigma$ correspondante positive : 20%. C'est la plus grande valeur de δ observée et elle augmente la probabilité d'obtenir un prélèvement positif comme discuté au §C.1. Une autre explication de ce taux de détection élevé est liée au fait que les valeurs hautes de prescription ne sont dépassées que lors de pics abrupts au cours desquels la turbidité varie très rapidement : d'une minute à l'autre on peut passer d'une valeur de turbidité inférieure au seuil de prélèvement à une valeur sensiblement supérieure à ce seuil. C'est cette dernière qui déclenchera le prélèvement, avec une probabilité relativement élevée d'obtenir un résultat positif.

Le tableau suivant indique les valeurs de turbidité ayant déclenché un prélèvement pour un seuil de prélèvement de 660 FAU (Simulation sur 50 ans)

T(t _p -1) FAU	T(t _p) FAU	T(t _p) – 660 FAU
643	735	75
653	696	36
657	694	34
606	726	66
641	702	42
614	776	116
635	684	24
594	707	47
584	662	2
607	753	93
569	739	79
651	785	125
617	671	11
616	671	11
573	714	54
635	755	95
564	681	21
Décalage moyen (FAU)		55

Tableau 7 : Valeurs de turbidité à l'instant du prélèvement et au pas de temps précédent sur le site de Clichy pour la prescription correspondant au percentile 95 de la turbidité

Le décalage moyen de 55 FAU est égal à 0.7 fois l'intervalle de confiance de prédiction de la relation turbidité-MES : il est 3 fois supérieur à δ_0 et augmente sensiblement la probabilité d'obtenir un résultat positif si un prélèvement est déclenché.

La normalisation de δ par l'incertitude de prédiction ne permet pas d'homogénéiser les courbes entre les deux sites : la forme des pollutogrammes de turbidité joue un rôle important. La différence se manifeste sur la forme des courbes de probabilité de prélèvement et de taux de détection : celles-ci sont plus étalées. De plus pour les taux de détection elles sont nettement dissymétriques avec une moindre sensibilité pour les valeurs positives de δ pour Clichy, beaucoup plus symétriques et avec un pic étroit sur l'abscisse graduée en $\delta/2\sigma$ à Chassieu, même pour des valeurs de prescription assez basses.

D.3.2 Optimum du coût global

Les coûts totaux normalisés par le montant de la pénalité C_2 sont illustrés *Figure 11* pour le site de Clichy et *Figure 12* pour le site de Chassieu pour différentes valeurs du rapport des coûts C_2/C_1 . Ils sont détaillés dans le Tableau 10.

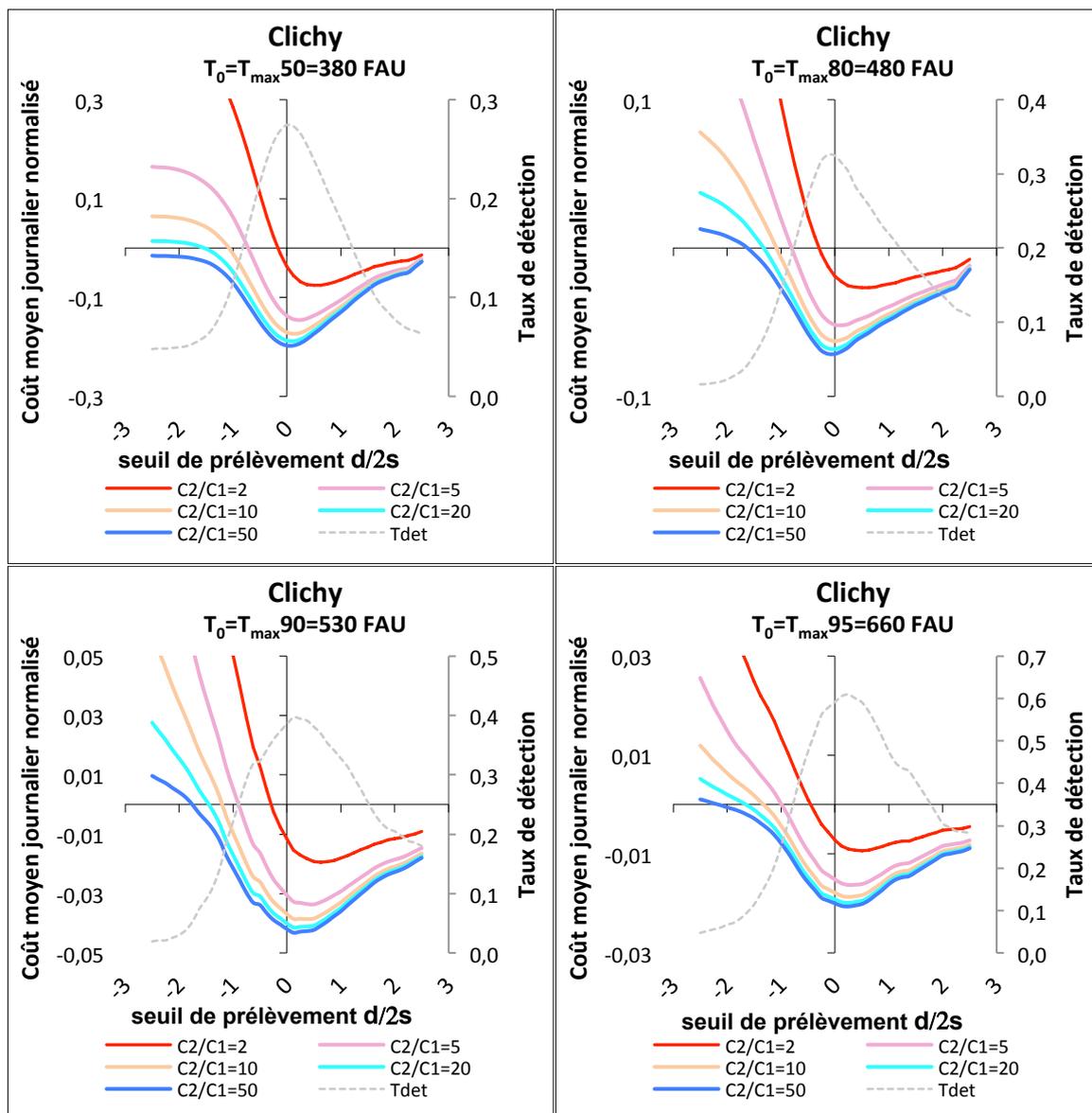
Les différentes figures montrent que pour chacun des deux sites les coûts de contrôle de la stratégie de prélèvement pilotée par la turbidité passent par une valeur minimale dès lors que C_2/C_1 est supérieur ou égal à 2. La valeur de décalage optimum δ_{opt} varie en fonction de la valeur de la prescription T_0 et du rapport C_2/C_1 . Comme prévu δ_{opt} est supérieur à la valeur δ_0 qui maximise le taux de détection, et s'en rapproche lorsque C_2/C_1 augmente (voir aussi le Tableau 8).

Les coûts optimums sont toujours négatifs : le contrôle optimisé semble « rentable », et logiquement il l'est d'autant plus que la prescription est dépassée fréquemment, c'est à dire pour les seuils de prescription les plus bas. Il faut néanmoins relativiser cette affirmation car les coûts fixes n'ont pas été pris en compte : les valeurs optimums des coûts de contrôle varient sur une large gamme : de $-0.36 C_2$ à $-0.01 C_2$ et il est peu probable que les plus faibles bénéfiques puissent couvrir les coûts fixes, sans parler de la compensation des dommages environnementaux.

Les taux de détection pour le coût optimum sont indiqués dans le Tableau 9. Ils sont en général voisins de 30 à 40%, mais peuvent atteindre 50 à 60% dans le cas favorable détaillé au §D.3.1

Même sans optimisation, les coûts de contrôle sont souvent négatifs, dès lors que C_2 est sensiblement supérieur à C_1 , ou que δ est positif. En effet on observe une dissymétrie dans les courbes des coûts en fonction de δ et elle est d'autant plus marquée que C_2/C_1 est faible. Cette dissymétrie a deux origines :

- d'une part la dissymétrie de la courbe du taux de détection en fonction de δ , discutée en C.1
- d'autre part et surtout l'expression du coût global comme une somme de deux termes, qui covarient pour les faibles valeurs de δ , et dont les variations ont tendance à se compenser pour les fortes valeurs de δ .



X

Figure 11: Coûts de contrôle normalisés par le montant de la pénalité et taux de détection en fonction de la prescription de prélèvement exprimée en écart normalisé $d/2\sigma$ pour quatre valeurs de prescription T_0 et pour différentes valeurs du rapport des coûts C_2/C_1 sur le site de Clichy

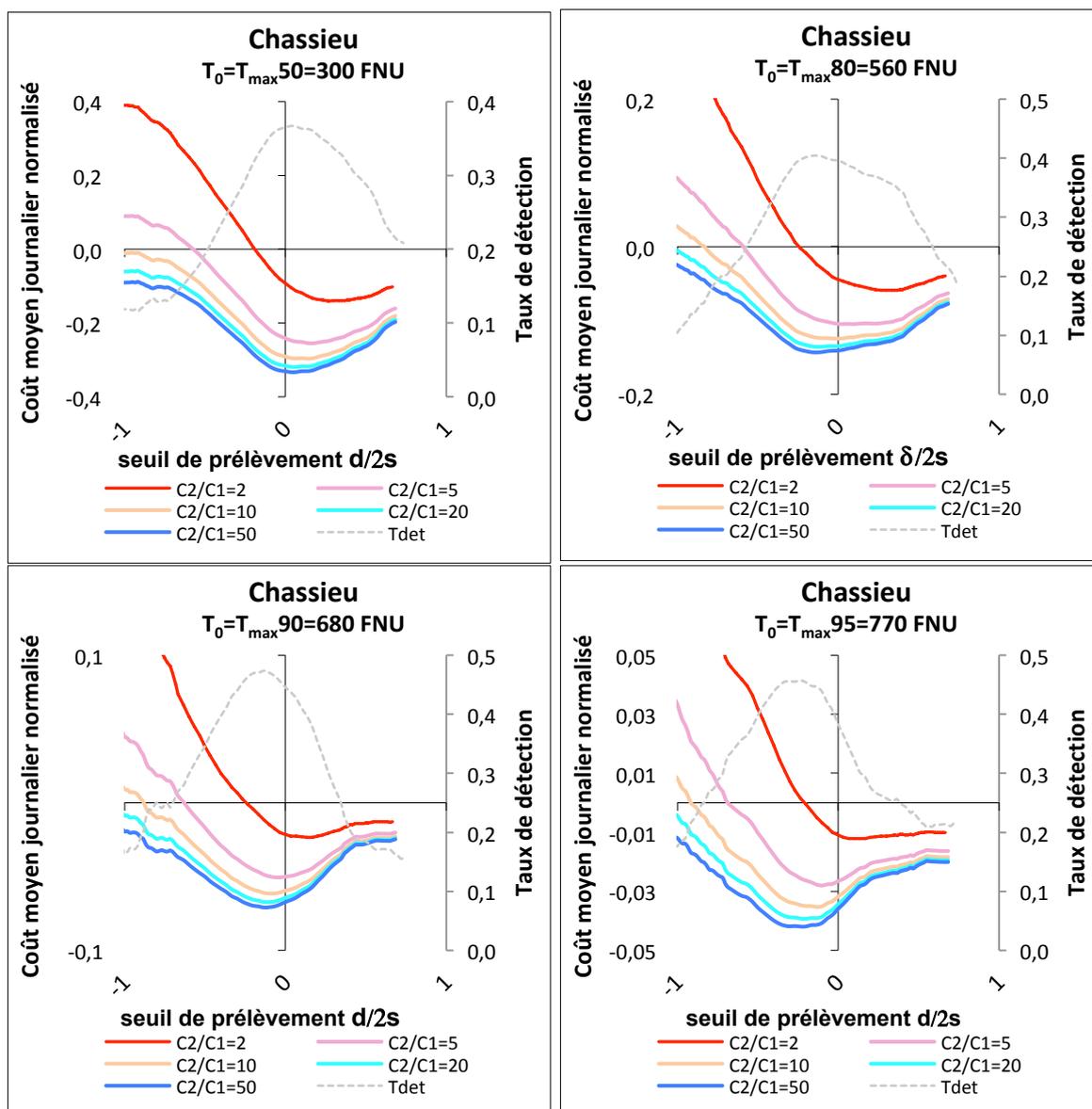


Figure 12: Coûts de contrôle normalisés par le montant de la pénalité et taux de détection en fonction de la prescription de prélèvement exprimée en écart normalisé $\delta/2\sigma$ pour quatre valeurs de prescription T_0 et pour différentes valeurs du rapport des coûts C_2/C_1 sur le site de Chassieu

%T>T ₀	Clichy					Chassieu				
	C ₂ /C ₁					C ₂ /C ₁				
	2	5	10	20	50	2	5	10	20	50
50	40	20	10	10	0	80	50	40	20	0
80	40	10	0	0	0	100	30	0	-40	-40
90	50	40	30	10	10	40	-10	-30	-40	-40
95	40	20	20	20	20	60	-30	-40	-60	-70

Tableau 8 : seuils de prélèvements optimums (non normalisés : FAU sur Clichy, FNU sur Chassieu), en fonction des prescriptions et des montants relatifs de pénalité

%T>T ₀	Clichy					Chassieu				
	C ₂ /C ₁					C ₂ /C ₁				
	2	5	10	20	50	2	5	10	20	50
50	24	27	27	27	27	34	36	36	37	37
80	27	31	32	32	32	36	38	40	40	40
90	37	38	39	40	40	40	46	47	47	47
95	59	61	61	61	61	29	44	45	46	46

Tableau 9 : taux de détection optimaux (en %), en fonction des prescriptions et des montants relatifs de pénalité

%T>T ₀	Clichy					Chassieu				
	C ₂ /C ₁					C ₂ /C ₁				
	2	5	10	20	50	2	5	10	20	50
50	-0.08	-0.15	-0.17	-0.19	-0.20	-0.14	-0.36	-0.30	-0.32	-0.33
80	-0.03	-0.05	-0.06	-0.07	-0.07	-0.06	-0.10	-0.12	-0.14	-0.14
90	-0.02	-0.03	-0.04	-0.04	-0.04	-0.02	-0.05	-0.06	-0.07	-0.07
95	-0.01	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.01	-0.03	-0.04	-0.04	-0.04

Tableau 10 : coûts optimaux normalisés, en fonction des prescriptions et des montants relatifs de pénalité

D.4. Performances des stratégies non pilotées

Le Tableau 11 indique les coûts de contrôle des stratégies de prélèvement aléatoire et systématique.

%T>T ₀	Clichy					Chassieu			
	F(DP) %	T _{det} %	C/C ₂		F(DP) %	T _{det} %	C/C ₂		
			C ₂ /C ₁ =2	C ₂ /C ₁ =50			C ₂ /C ₁ =2	C ₂ /C ₁ =50	
Systématique									
50	92	7,6	0,43	-0,05	93	12,5	0,38	-0,10	
80	38	3,6	0,49	0,01	36	7,8	0,47	-0,01	
90	20	3,7	0,49	0,01	15	7,4	0,49	0,01	
95	5	7,5	0,5	0,02	10	7,6	0,49	0,01	
Aléatoire									
50	92	3,1	0,5	-0,01	93	8,3	0,42	-0,06	
80	38	0,4	0,5	0,02	36	3,6	0,49	0,01	
90	20	0,1	0,5	0,02	15	2,3	0,5	0,02	
95	5	4,5	0,5	0,02	10	1,7	0,5	0,02	

Tableau 11 : taux de détection et coûts associés pour les deux sites, deux valeurs de pénalités, et deux stratégies de référence, non pilotées par la turbidité. Pour la stratégie systématique, les valeurs correspondent à l'heure optimum, pour la stratégie aléatoire, il s'agit de valeurs moyennes

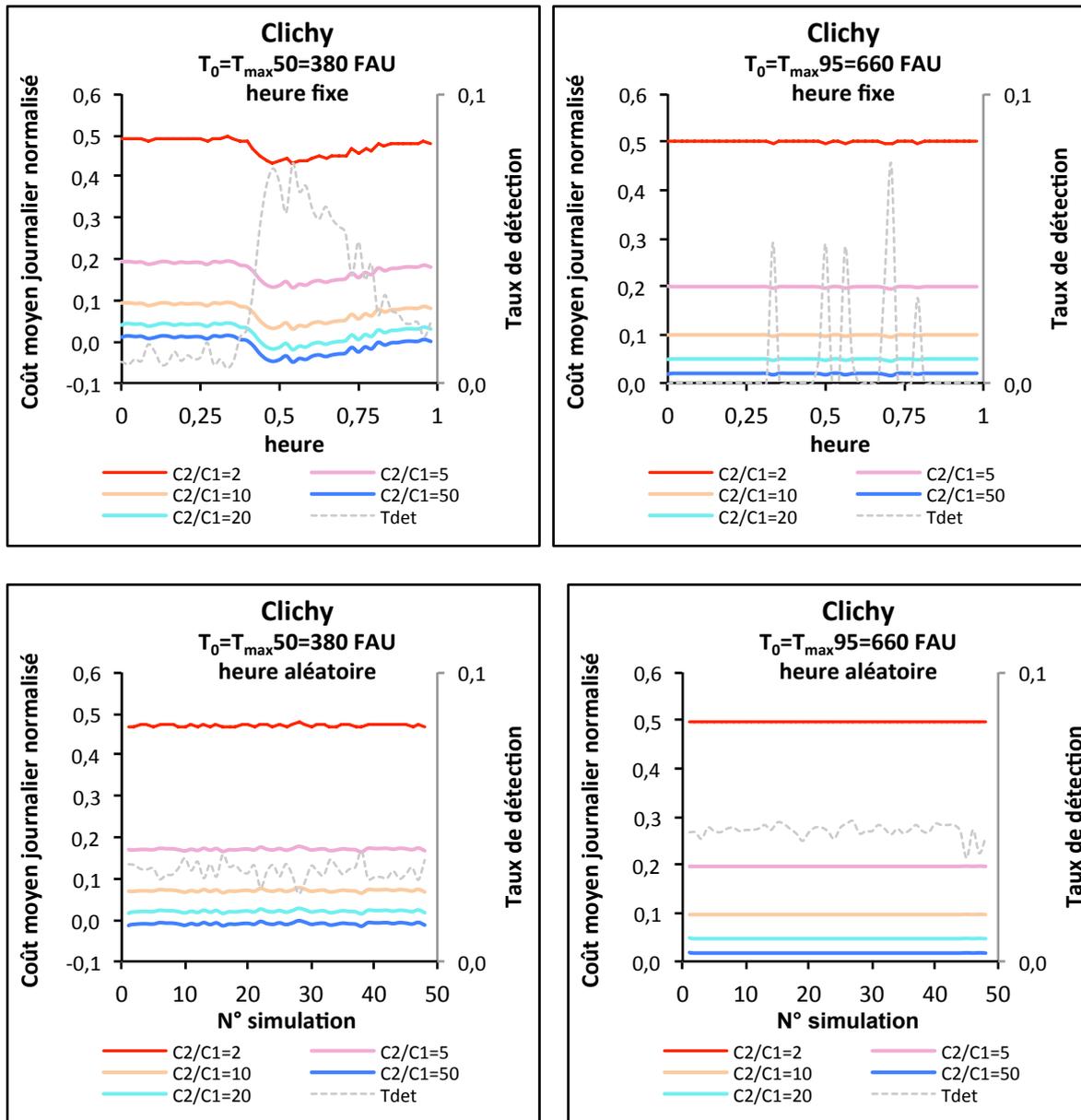


Figure 13 : taux de détection et coûts associés pour les données de Clichy, pour les deux stratégies de référence non pilotées par la turbidité, en fonction de la valeur de la pénalité, et, pour les prélèvements à heure fixe, en fonction de l'heure de prélèvement

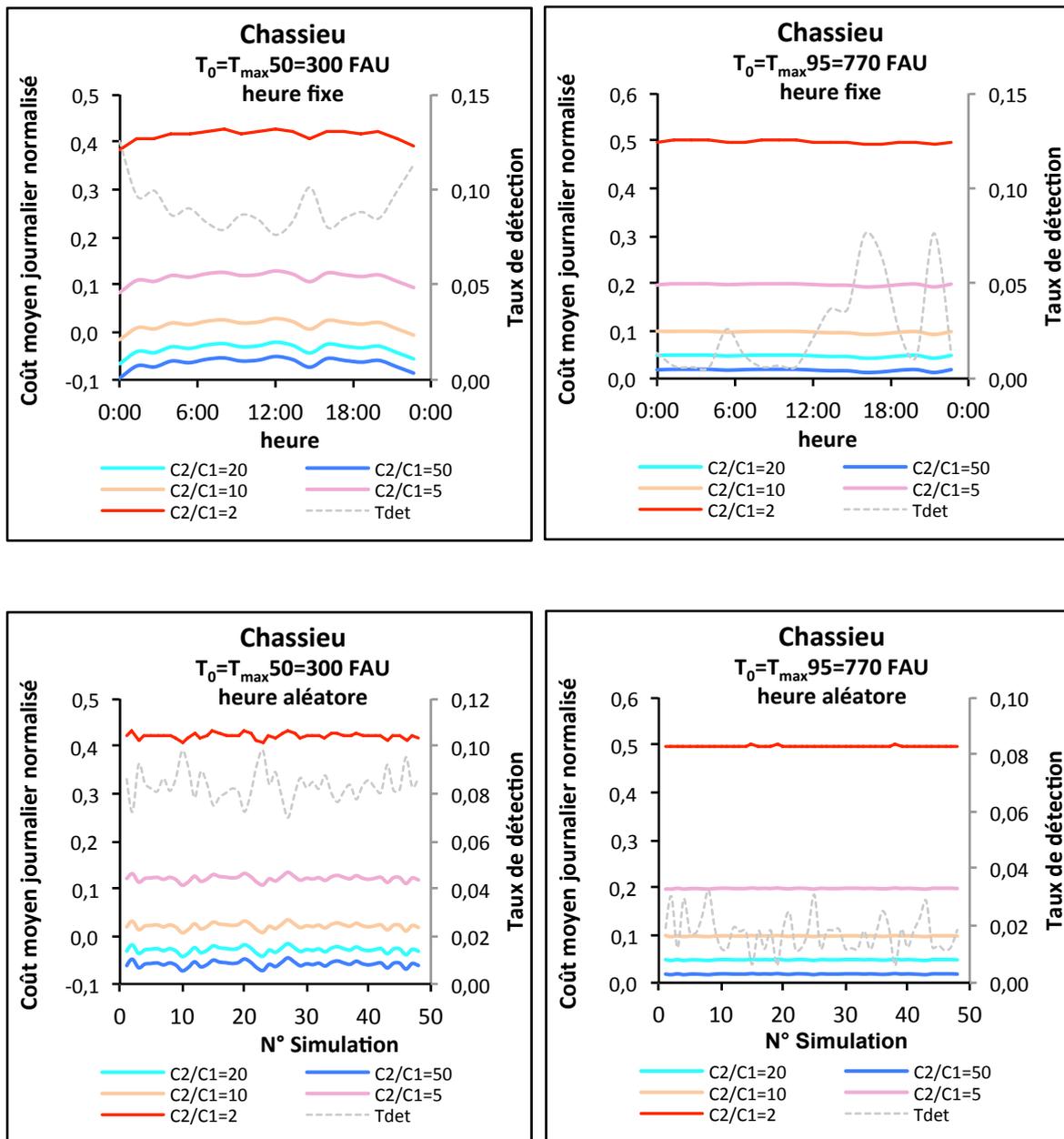


Figure 14 : taux de détection et coûts associés pour les données de Chassieu, pour les deux stratégies de référence non pilotées par la turbidité, en fonction de la valeur de la pénalité, et, pour les prélèvements à heure fixe, en fonction de l'heure de prélèvement.

On voit que les deux stratégies de référence, systématique et aléatoire, sont sensiblement équivalentes, avec des taux de détection variables mais assez faibles, de l'ordre de quelques %. De tels taux de détection vont conduire à des valeurs de $P(VP)$ souvent négligeables devant le terme C_1/C_2 dans l'évaluation du coût global: les coûts varieront peu en fonction des seuls de prescription dès lors que C_1/C_2 est supérieur à 10%. C'est ce qu'on observe sur les figures 13 et 14.

Pour le prélèvement aléatoire, on observe une tendance à l'augmentation du taux de détection lorsque la fréquence de dépassement de la prescription augmente. Cette tendance semble logique, mais n'est pas observée sur Clichy.

Pour le prélèvement systématique, le cycle journalier des eaux usées sur le site unitaire de Clichy permet une optimisation de la détection des dépassement de la prescription lorsque

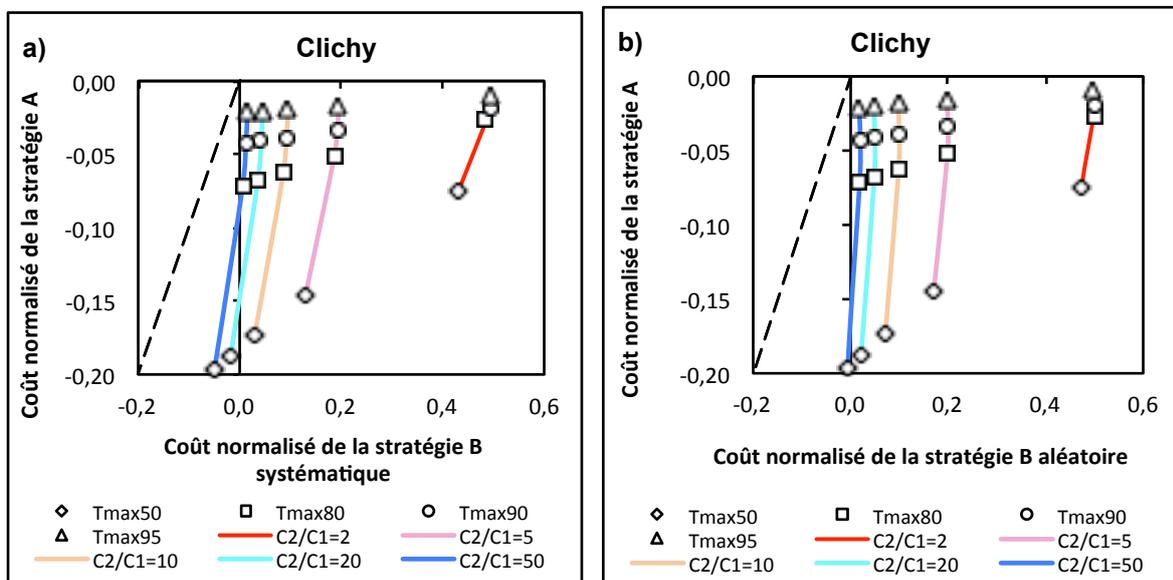
celle-ci est fixée à un niveau très bas et dépassée quasiment tous les jours : un prélèvement vers midi à l'heure de lors de la pointe journalière de concentration permettra de maximiser le taux de détection. Curieusement un effet analogue est observé sur Chassieu, où les prélèvements en début et en fin de journée semblent augmenter le taux de détection, alors qu'il s'agit de « journées » artificiellement reconstituées par découpage d'événements pluvieux sur un réseau séparatif ! Il s'agit vraisemblablement d'un artefact lié au nombre limité de simulations. Il en est de même pour les variations aléatoires du taux de détection et certaines valeurs très faibles observées sur Clichy pour la stratégie aléatoire.

D.5. Comparaison des coûts entre une stratégie optimisée et une stratégie aléatoire ou systématique.

La Figure 15 illustre la comparaison des coûts obtenus par la stratégie A optimisée (asservie à la turbidité, en ordonnée) et les deux stratégies B (aléatoire ou systématique, en abscisse) rapporté au montant de la pénalité C_2 pour les différentes valeurs de T_0 et C_2/C_1 choisies.

Pour les deux stratégies de référence, les coûts sont en général positifs, et varient peu en fonction de la prescription : l'essentiel du coût correspond aux dépenses de contrôle, et les rares détection de dépassement ont un faible impact.

Du fait de ses meilleurs taux de détection permettant d'obtenir des coûts négatifs, la stratégie pilotée par la turbidité est toujours bien moins couteuse que les stratégies de référence, surtout si la fréquence de dépassement si le coût de la pénalité sont élevés.



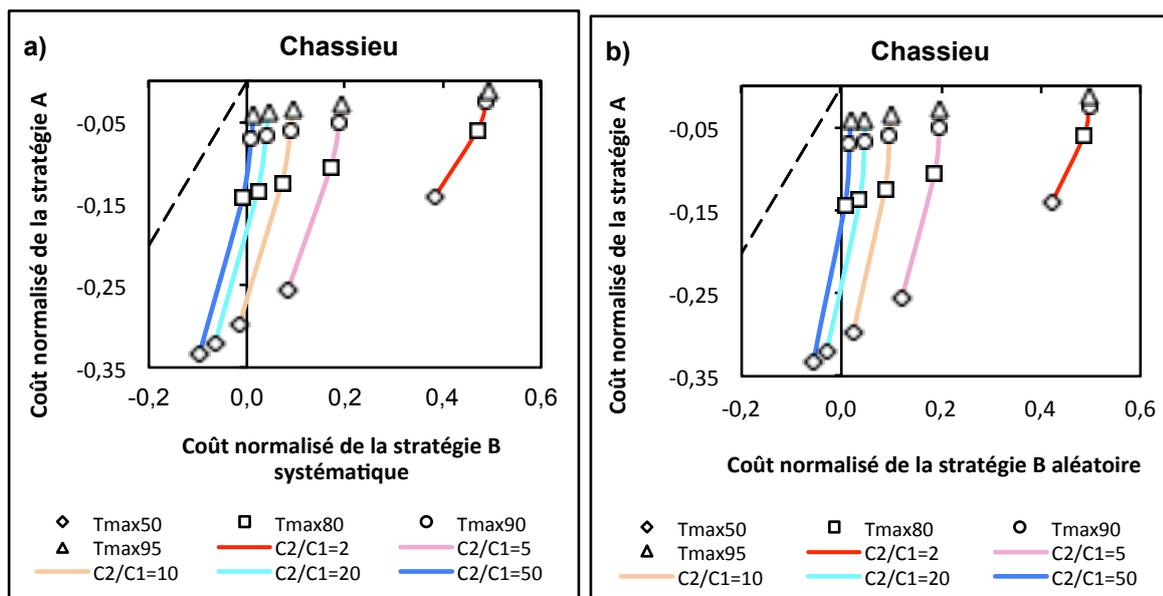


Figure 15: Comparaison des coûts de contrôle normalisés de la stratégie pilotée par la turbidité et des deux types de stratégies de référence pour différentes valeurs de prescription (symboles) et pour différentes valeurs du rapport α (courbes en couleurs). La droite pointillée correspondrait à l'égalité des coûts.

E. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les résultats obtenus par cette étude montrent que :

- L'asservissement de prélèvements à une mesure en continu de turbidité est potentiellement très intéressant
- Pour une application de contrôle de conformité à une prescription exprimée en concentration, la prescription de prélèvement optimum pour la stratégie testée dépend du montant de la pénalité et de la valeur de la prescription, tout en restant assez proche de la prescription traduite en turbidité.
- Parmi les stratégies sub-optimales, celles qui correspondent à un seuil de prélèvement plus élevé que la valeur de prescription sont largement moins pénalisantes que celles dont le seuil de prélèvement serait trop bas. On n'hésitera pas à augmenter le seuil de prélèvement pour minimiser le risque de faux négatif
- Les taux de détection déterminent les coûts et les optimums. Ces taux sont en général assez faibles (30 à 50%) pour les stratégies pilotées par la turbidité testées.
- Ils sont pourtant bien meilleurs que pour une stratégie « classique », systématique ou aléatoire, pour lesquelles le taux de détection est inférieur à 10%. Les coûts globaux sont beaucoup plus faibles: en fait les coûts induits par les contrôles sont très largement couverts par les « bénéfiques » apportés par les pénalités appliquées en cas de détection d'un dépassement de la prescription. Pour cela il suffit que le coût de la pénalité soit au moins le double du coût unitaire du contrôle.
- Les trois critères envisagés pour l'optimisation et la comparaison des stratégies diffèrent entre eux que par des termes constants. Les conclusions précédentes ne dépendent pas du critère choisi, sauf pour ce qui concerne la « rentabilité » du contrôle : la prise en compte des coûts environnementaux peut remettre en cause cette rentabilité.

Ces résultats obtenus sont sensibles aux scénarios testés, résultant de la combinaison :

- d'un objectif, ici le contrôle du respect d'une prédiction définie par un paramètre et une valeur seuil ;
- d'une chronique de turbidité ;
- d'incertitudes sur la correspondance entre les valeurs successives de turbidité et de la concentration en polluant à contrôler fournie par des analyses. Ces incertitudes sont définies par leurs valeurs en fonction de la valeur mesurée, et par la structure postulée des erreurs (par exemple indépendance ou autocorrélation des erreurs sur des valeurs successives)
- d'une stratégie de prélèvement pilotée par la turbidité et d'une stratégie de référence.

Ils sont loin d'être généralisables, mais ils ont permis de développer la méthode d'optimisation et d'évaluation des stratégies de prélèvement et de montrer l'intérêt potentiel d'une mise en œuvre conjointe d'une mesure en continu et de prélèvements. Il serait intéressant de poursuivre ce travail, en modifiant dans un premier temps certains éléments du scénario en

- traitant d'autres chroniques de turbidité ;
- ajustant les valeurs de prescription pour compléter la gamme de fréquence de dépassement étudiées ;
- modifiant la simulation des erreurs (autres valeurs d'incertitude de la conversion Turbidité – MES, corrélation des erreurs pour des pas de temps successifs...);
- perfectionnant la définition de la prescription (concentration maximum moyenne sur une durée plutôt que concentration maximum instantanée).

Dans un deuxième temps on pourrait améliorer la stratégie pilotée par la turbidité pour augmenter le taux de détection :

- Introduire un délai entre la détection et le prélèvement pour prendre en compte la dynamique ;
- Faire plusieurs prélèvements à la suite d'un dépassement de la prescription de turbidité, avec un nombre et une fréquence à définir (par exemple 6 prélèvements séparés de 5mn), ce qui nécessitera de distinguer les coûts de prélèvement (équivalents pour un prélèvement ou une série groupée) et les coûts d'analyse (proportionnels au nombre de prélèvements) ;
- Asservir le délai ou la fréquence impliquées dans les stratégies ci-dessus à la dynamique de montée du signal de turbidité (au-dessus d'un seuil).

Le dernier point ci-dessus peut ouvrir la voie à d'autres objectifs, tels que l'optimisation des prélèvements pour calibrer une relation turbidité-MES en maximisant la variabilité des analyses.

Cependant la simulation de cas hypothétiques devra rapidement déboucher sur des applications à des cas réels, pour lesquels la méthode de simulation proposée permettra de tester des stratégies sur des enregistrements réalisés pendant une période préliminaire. Ces stratégies pourront alors être optimisées hors-ligne vis des applications considérées, avant d'être appliquées en temps réel in situ et validées a posteriori.